

# VISCOSIDAD

La viscosidad es el rozamiento que tienen los líquidos. Cuando un líquido va por un caño, tiende a frenarse. Eso es porque el líquido toca contra las paredes del tubo. El líquido se pega al tubo y se frena. La viscosidad vendría a ser algo así como el " grado de pegajosidad " que tiene un líquido. Cuando pensás en un líquido con viscosidad tenés que imaginarte que hablamos de miel, glicerina, aceite, dulce de leche, caramelo derretido, shampoo o algo por el estilo.

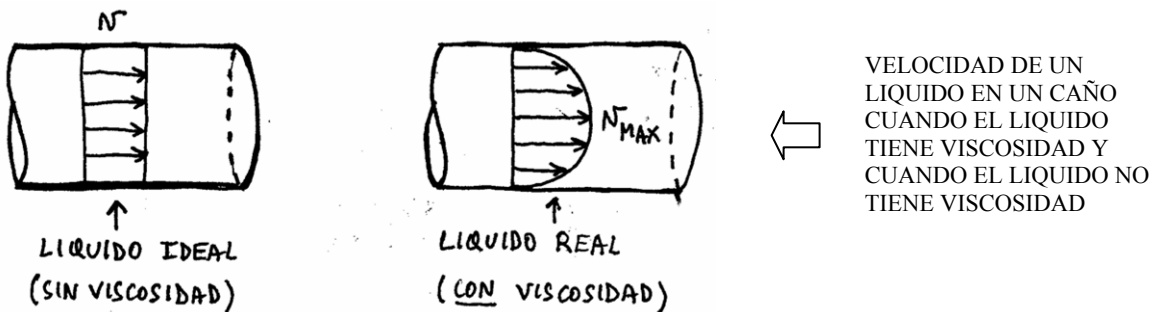
La miel tiene viscosidad. Fijate que es como pegajosa. Le cuesta fluir. La miel se pega en todos lados. Si volcás un vaso con agua, el agua se desparrama inmediatamente. Si das vuelta un tarro con miel, la miel no se cae enseguida.



Si vos querés saber a ojo que viscosidad tiene un líquido, tenés que ponértelo en la mano. Si se escapa rápido entre los dedos, tiene poca viscosidad ( agua ). Si se escapa despacio tiene mucha viscosidad. ( Miel, shampoo, etc )

Cuando tiro agua a la pared, la pared queda mojada. Si el agua no tuviera viscosidad, la pared quedaría seca. El agua no se pegaría. La adherencia de un líquido al recipiente depende de la viscosidad. Por ejemplo, el mercurio tiene poca viscosidad. Si tirás mercurio contra la pared, la pared no queda "mojada". Si metés la mano en mercurio, la mano no sale chorreando mercurio. Sale limpiita.

Fijate lo que pasa cuando un líquido sin viscosidad avanza por un tubo. A los líquidos sin viscosidad se los llama fluidos ideales. Comparemos la circulación de un líquido ideal con la de un líquido real ( Líquido real = viscoso = con rozamiento ). Mirá el dibujito:



El dibujo muestra como es la velocidad del líquido dentro del tubo. El líquido ideal ( = sin

rozamiento ) viaja por el caño lo más tranquilo. No se frena. Tiene la misma velocidad en cualquier parte del tubo. El líquido con viscosidad se pega a las paredes y se frena. En el medio del caño va más rápido y cerca de las paredes va más despacio. Algo parecido pasa en los ríos. Cerca de la costa el agua está casi quieta. En el medio, el río se mueve rápido.

Voy a definirte el COEFICIENTE DE VISCOSIDAD . Se lo llama "eta" ( $\eta$ ). Este coeficiente da una idea de que tanto rozamiento tiene el fluido.

ETA  $\rightarrow$   $\eta$   $\leftarrow$  COEFICIENTE DE VISCOSIDAD

Las unidades de la viscosidad son Pascal  $\times$  segundo. Se usan también el poise y el centipoise ( cp ).

$$[\eta] = \text{Pa} \times \text{seg}$$

$$1 \text{ poise} = 0,1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{seg} (= 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{seg})$$

Eta me daría algo así como la resistencia que opone un líquido a fluir. Vendría a ser una medida de cuánto se frena el líquido cuando circula por un caño. Cuanto más grande sea Eta, mayor será el rozamiento con las paredes. O sea, este coeficiente es un número que da una idea de la tendencia que tiene el líquido a pegarse a las paredes de un caño.

Una cosa que tenés que saber es que la viscosidad de los líquidos depende mucho de la temperatura. A mayor temperatura, el líquido es más fluido, la viscosidad disminuye. Poné miel en la heladera. Se pone media dura y le cuesta moverse. La calentás y está más líquida. A medida que la calentás, la miel se hace menos viscosa.

Pregunta: ¿ La sangre tiene viscosidad ?

Rta: Sí, tiene. Pero es bastante chica. La viscosidad de la sangre es un poco mayor que la del agua. Lo mismo pasa con la viscosidad del plasma sanguíneo.

Una aclaración: A veces uno dice: esta sopa es densa. O: esta sopa está espesa. Ojo. Viscosidad NO ES densidad. Si la sopa está muy espesa o está muy densa, quiere decir que tiene mucha masa por  $\text{cm}^3$ . Un líquido puede ser muy denso pero poco viscoso. Esto pasa con el mercurio, por ejemplo.

Otra aclaración: Si bien la unidad de viscosidad es el Poise, no uses esta unidad para resolver los problemas. Usá  $\text{Pa} \times \text{Seg}$ . ( 1 Poise =  $0,1 \text{ Pa} \times \text{Seg}$  )

---

## BERNOULLI **NO** SE PUEDE USAR PARA LIQUIDOS CON VISCOSIDAD

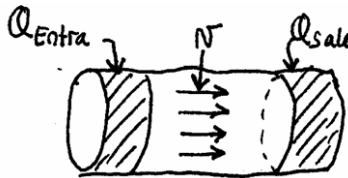
Cuando un líquido tiene viscosidad, tiene rozamiento. La ecuación de Bernoulli es la ecuación de conservación de energía para el líquido que circula por el caño. Pero cuando hay rozamiento, la energía no se conserva. ¿ Conclusión ? Cuando un líquido tiene viscosidad, no se puede usar la ecuación de Bernoulli.

$$\cancel{P_e + \frac{1}{2} \rho_{liq} N_e^2 = P_s + \frac{1}{2} \rho_{liq} N_s^2}$$

BERNOULLI **NO** SE PUEDE USAR CUANDO EL LIQUIDO TIENE VISCOSIDAD

## CONTINUIDAD SIGUE VALIENDO CON VISCOSIDAD

La ecuación de continuidad decía que todo lo que entraba por un lado del caño, salía por el otro. A veces la gente piensa que eso no se cumple cuando el líquido tiene rozamiento. Pero no. La ecuación de continuidad sigue valiendo cuando el líquido tiene viscosidad. ¿ Por qué sigue valiendo ?



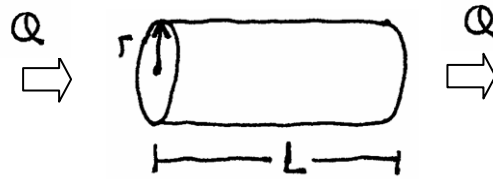
Rta: Sigue valiendo porque la ecuación de continuidad dice que toda la masa que entra es la masa que sale. Eso es equivalente a decir que la masa se conserva. No se puede perder masa. Tenga el líquido viscosidad o no, la ecuación de continuidad se puede plantear. Continuidad no puede usarse únicamente en caso de que el fluido que circula pudiera comprimirse. O sea, un gas. Pero no te van a dar problemas en donde el fluido sea un gas.

$$N_e \cdot S_e = N_s \cdot S_s$$

CONTINUIDAD SE PUEDE SEGUIR USANDO CUANDO EL LIQUIDO TIENE VISCOSIDAD

## RESISTENCIA HIDRODINÁMICA ( Importante )

Supongamos que tenés un tubo por donde circula un líquido. Te dicen que el líquido es viscoso y tiene coeficiente  $\eta$ . Al líquido le cuesta avanzar por el caño. Hay que empujarlo para que se mueva. El líquido quiere avanzar y el caño lo frena. Entonces inventamos una cosa que se llama RESISTENCIA HIDRODINAMICA. A esta magnitud se la indica con la letra R o  $R_H$ . Esta resistencia hidrodinámica me da una idea de "cuánto le cuesta al fluido moverse dentro del tubo ". Imaginate un caño de radio r y longitud L. Por el caño circula un líquido que tiene viscosidad  $\eta$ :



La fórmula que se usa para calcular la resistencia hidrodinámica es:

$$R_H = \frac{8 \eta L}{\pi r^4}$$

← RESISTENCIA  
HIDRODINAMICA

En esta fórmula  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad ( Pa·Seg ).  $L$  es la longitud del tubo ( m ).  $r$  es el radio del tubo en metros elevado a la 4<sup>ta</sup>. ( m<sup>4</sup> ). Las unidades de esta resistencia hidrodinámica quedan medio raras :

$$[R_H] = \frac{\text{Pa} \cdot \text{seg}}{\text{m}^3} \leftarrow \text{UNIDADES DE LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA}$$

Fijate una cosa ( atento): la resistencia hidrodinámica cambia si cambian las medidas del tubo. ( Me refiero a la longitud  $L$  o al radio  $r$  ). Pero ojo, porque aunque el caño sea siempre el mismo, la Resistencia hidrodinámica cambia de acuerdo con el líquido que vos pongas. Esto pasa porque  $R_H$  depende de las medidas del tubo pero **también depende del coeficiente de viscosidad  $\eta$** . Y cada líquido tiene su propio  $\eta$  .

**IMPORTANTE:** Abajo en la fórmula figura el valor  $\pi \cdot R^2$  . Pero resulta que  $\pi \cdot R^2$  es la superficie del tubo. Entonces agarro la fórmula y multiplico arriba y abajo por  $\pi$ .  
Me queda:

$$R_H = \frac{\pi}{\pi} \times \frac{8 \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^4}$$

$$R_H = \frac{8 \cdot \pi \cdot \eta \cdot L}{\pi \cdot r^2 \times \pi \cdot r^2}$$

Es decir:

$$R_H = \frac{8 \pi \eta L}{(\text{sup})^2}$$

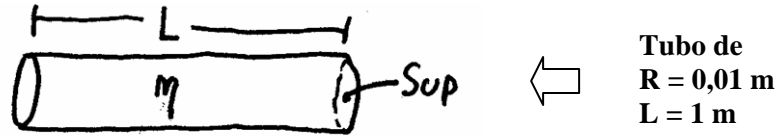
← OTRA FORMULA PARA  
CALCULAR LA RESISTENCIA  
HIDRODINAMICA

En esta fórmula " sup<sup>2</sup> " es la superficie del tubo al cuadrado.

**EJEMPLO:**

CALCULAR LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA DE UN TUBO DE RADIO 1 cm Y LONGITUD 1 m.

Rta: Hagamos un dibujito y pensemos lo siguiente :



La Resistencia hidrodinámica no es solo una propiedad del tubo. Es una propiedad del tubo Y DEL LÍQUIDO QUE POR ÉL CIRCULA. Quiere decir que así como está, el problema no se puede resolver. No lo puedo hacer porque no me dan la viscosidad del líquido. Para solucionar el asunto supongamos que el tubo es una arteria y que el líquido que circula es sangre. La viscosidad de la sangre a 37 grados centígrados es  $2 \times 10^{-3} \text{ Pa} \times \text{seg}$ . Entonces:

$$R_H = \frac{8 \eta L}{\pi r^4}$$

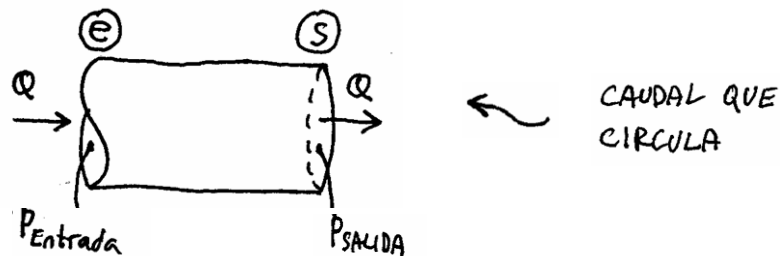
Reemplazo por los valores y me queda:

$$R_H = \frac{8 \times 0,002 \text{ Pa} \times \text{seg} \times 1 \text{ m}}{\pi \times (1/100 \text{ m})^4}$$

$$\rightarrow R_H = 509.295 \text{ Pa} \times \text{seg} / \text{m}^3$$

### LEY DE POISEUILLE

Esta fórmula relaciona el caudal  $Q$  que circula con las presiones a la entrada y a la salida del tubo. Se la llama Ley de Poiseuille. ( Dicen que este nombre se pronuncia " poisell " o " Puasell " ). Imaginate un tubo por donde viaja un líquido con rozamiento. ( Viscoso ).



La Ley de Poiseuille dice:

$$P_e - P_s = Q R_H$$

← ECUACION DE POISEUILLE

Presión a la entrada (Pascals)    Presión a la salida (Pascals)    Caudal que circula (m<sup>3</sup>/seg)    RESISTENCIA HIDRODINÁMICA (Pa x Seg/m<sup>3</sup>)

La fórmula de Poiseuille dice que cuando el líquido tiene viscosidad, la presión a la entrada no va a ser igual a la presión a la salida. Va a haber un cierto delta P entre los puntos e y s. La presión en e tiene que ser mayor que la presión en s. Esto tiene que ser así para que la presión a la entrada empuje el líquido con rozamiento y lo obligue a circular.

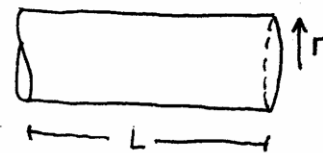
A veces la fórmula se escribe en función de la diferencia de presión entre la entrada y la salida. En ese caso la ecuación de Poiseuille queda así:

$$\Delta P = Q \cdot R_H \quad \text{con} \quad \Delta P = P_e - P_s$$

EJEMPLO:

CALCULAR EL CAUDAL QUE CIRCULA POR UN TUBO QUE TIENE RESISTENCIA HIDRODINAMICA =  $100 \text{ Pa} \cdot \text{Seg} / \text{m}^3$  SI LA PRESIÓN A LA ENTRADA ES DE 100 Pa Y LA PRESIÓN A LA SALIDA ES 20 Pa.

Solución: Hago un dibujito y aplico la fórmula de Poiseuille :



$$\Delta P = R_H \cdot Q \Rightarrow Q = \frac{\Delta P}{R_H}$$

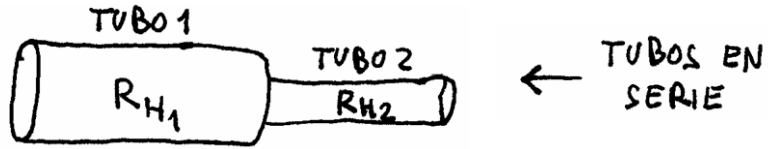
$$\Rightarrow Q = \frac{100 \text{ Pa} - 20 \text{ Pa}}{100 \text{ Pa} \cdot \text{seg} / \text{m}^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = 0,8 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}} \quad \leftarrow \text{CAUDAL QUE CIRCULA}$$

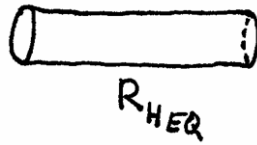
RESISTENCIAS HIDRODINAMICAS EN SERIE Y EN PARALELO ( LEER )

RESISTENCIAS EN SERIE

Suponete que tengo dos tubos uno a continuación del otro. A esto se lo llama conexión " en serie ". Los tubos pueden tener distinto largo y distinto diámetro. Dentro de los caños hay un fluido que tiene viscosidad. Supongamos que el tubo 1 tiene una resistencia  $R_1$  y el tubo 2 tiene una resistencia  $R_2$ .



La pregunta es : ¿Qué resistencia tienen los dos tubos juntos ? Quiero reemplazar a los dos caños por uno solo que tenga una resistencia hidrodinámica equivalente. La idea es buscar un solo caño que tenga la misma resistencia que los 2 caños puestos en serie. A la  $R_{EQ}$  se la llama resistencia equivalente o resistencia total. ( $R_{EQ}$  o  $R_T$ ).

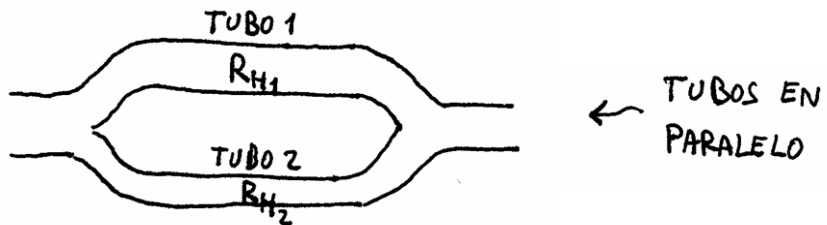


Para dos tubos en serie, la resistencia equivalente es la suma de las resistencias. Este mismo razonamiento se aplica para cualquier cantidad de tubos conectados en serie (se suman las R). Es decir:

$$R_T = R_1 + R_2 \quad \leftarrow \text{RESISTENCIAS EN SERIE}$$

### RESISTENCIAS EN PARALELO

Vamos ahora a tubos en Paralelo. Fijate. Tengo una conexión en paralelo cuando pongo los tubos uno al lado del otro. Para que los tubos estén en paralelo tiene que haber una ramificación. Sería algo así:



En el caso de tubos en paralelo la resistencia total se calcula sumando las inversas:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \leftarrow \text{RESISTENCIAS EN PARALELO}$$

¿ Qué pasa si en vez de tener 2 tubos en paralelo tengo tres tristes tubos en paralelo ?  
Rta: bueno, si los tres tristes tubos tienen resistencias  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  me quedaría :

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Y lo mismo va para muchos tubos conectados en paralelo. ( 1 sobre la R total es la suma de las inversas de todas las resistencias ).

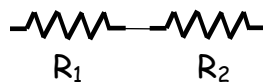
Quiero que veas una fórmula que se usa bastante. Si a vos te dan 2 resistencias en paralelo y despejás de la fórmula, te queda esto:

$$R_T = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

← FORMULA PARA  
2 RESISTENCIAS  
EN PARALELO.

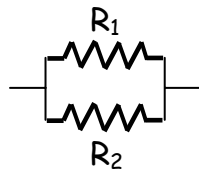
Esta fórmula se usa bastante porque ya tiene la  $R_{TOTAL}$  despejada. Ojo, esta expresión es para **DOS** resistencias. Si tenés 3, no sirve. ( Para 3 resistencias NO se puede hacer  $R_1 \times R_2 \times R_3 / R_1 + R_2 + R_3$  ).

NOTA: Para dibujar las resistencias de los tubos en serie o en paralelo se suelen usar estos dibujitos que pongo acá. Conviene recordarlos porque los mismos dibujitos se usan después en electricidad.



Resistencias en serie:

$$R_{TOT} = R_1 + R_2$$



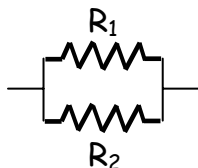
Resist. en paralelo

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

EJEMPLO:

CALCULAR LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA PARA DOS TUBOS CONECTADOS EN PARALELO CUYAS RESISTENCIAS HIDRODINAMICAS SON  $R_1 = 10 \text{ Pa} \cdot \text{Seg} / \text{m}^3$  Y  $R_2 = 5 \text{ Pa} \cdot \text{Seg} / \text{m}^3$

SOLUCION: Hago un dibujito y aplico la fórmula para resistencias en paralelo :



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \underline{R_T = 3,33 \text{ Pa} \cdot \text{Seg} / \text{m}^3}$$



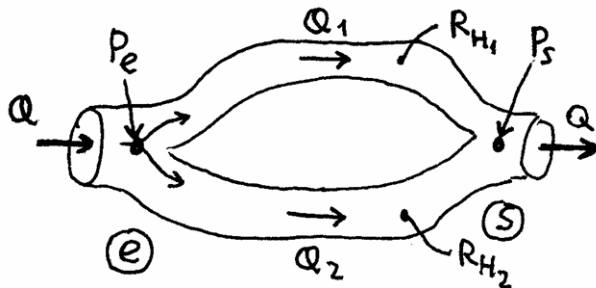
Fijate que calculé la  $R_{EQ}$  para 2 resistencias en paralelo de 5 y de 10. Me dió  $R_{EQ} = 3,33$ , que es menor que 5. Entonces de este ejercicio se puede sacar una conclusión posta-posta:

La resistencia equivalente de una conexión en paralelo siempre es **MENOR QUE LA MENOR** de las resistencias

← VER ESTO

### FORMULA SALVADORA PARA TUBO QUE SE RAMIFICA

Supongamos que tenés un tubo que se divide en dos. Las resistencias hidrodinámicas de los tubos serán  $R_{H1}$  y  $R_{H2}$ . Los caudales que circularán por los tubos van a ser  $Q_1$  y  $Q_2$ .



← UN TUBO QUE SE RAMIFICA EN DOS TUBOS EN //

La fórmula salvadora da el caudal que circula por cada tubo. Para deducir estas dos fórmulas se parte de algo importante que es esto: Los 2 tubos tendrán la misma presión a la entrada. ( $P_e$  en el punto  $e$ ) y los 2 tubos tendrán la misma presión a la salida ( $P_s$  en el punto  $s$ ). Esto pasa porque los tubos se juntan en el punto tanto en  $e$  como en  $s$ . Los puntos  $e$  y  $s$  son comunes a los 2 tubos. Por lo tanto en  $e$  y en  $s$  la presión será la misma para los dos. Ojo, NO estoy diciendo que  $P_e = P_s$ . (Atento). Lo que quiero decir es que  $P_e$  para el tubo 1 es la misma que  $P_e$  para el tubo 2 y  $P_s$  para el tubo 1 es la misma que  $P_s$  para el tubo 2.  $P_e$  nunca puede ser = a  $P_s$ .  $P_e$  SIEMPRE tiene que ser MAYOR que  $P_s$ . Gracias a que  $P_e$  es mayor que  $P_s$  el líquido puede circular. Resumiendo, la presión  $P_e$  es la que empuja para que el líquido se mueva. Las 2 fórmulas salvadoras quedan:

FORMULAS SALVADORAS →

$$Q_1 = Q_e \cdot \frac{R_{H2}}{R_{H1} + R_{H2}}$$

$$Q_2 = Q_e \cdot \frac{R_{H1}}{R_{H1} + R_{H2}}$$

← CAUDAL QUE CIRCULA POR LA RAMA ①

← CAUDAL QUE CIRCULA POR LA RAMA ②

(VER)

Tené anotadas por ahí estas 2 fórmulas. Han salvado a muchos alumnos en parciales y finales.

## POTENCIA

A veces piden calcular la potencia que se gasta para hacer circular un líquido viscoso. Se habla de potencia gastada, potencia consumida o de potencia que hay que entregar. Esta potencia es la energía disipada por el rozamiento por unidad de tiempo. Es energía que se libera en forma de calor. En hidrodinámica la fórmula para calcular la potencia es:

$$\boxed{Pot = Q \cdot \Delta P} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{l} \text{POTENCIA} \\ \text{(EN WATTS)} \end{array}$$

En esta fórmula  $Q$  es el caudal que circula. Va en  $m^3/seg$ . Delta P es la diferencia de presión entre la entrada y la salida. Va en Pascales. P es la potencia en Watts. ( 1 Watt = 1 Joule/seg )

Hay dos formas más de calcular la potencia. Como por ley de Poiseuille  $\Delta P = Q \times R_H$ , puedo reemplazar en la fórmula  $Pot = Q \times \Delta P$  y me queda :

$$\boxed{Pot = \frac{(\Delta P)^2}{R_H} \quad \sigma \quad Pot = R_H \times Q^2} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{l} \text{OTRAS 2 FORMULAS} \\ \text{PARA CALCULAR} \\ \text{LA POTENCIA} \end{array}$$

---

## TRABAJO REALIZADO O ENERGIA CONSUMIDA

A veces piden calcular el trabajo realizado por una bomba o la energía consumida. ( Es lo mismo ). Para calcular eso se usan estas fórmulas:

$$\boxed{L = E_{\text{energ}} = \Delta P \cdot Vol} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{l} \text{TRABAJO REALIZADO o} \\ \text{ENERGIA CONSUMIDA} \end{array}$$

En esta ecuación, Delta P es la diferencia de presión ( Pa ) y Vol es el volumen de líquido que circuló (  $m^3$  ). Otra manera de calcular lo mismo es con esta otra fórmula :

$$\boxed{L = E_{\text{energ}} = Pot \times \Delta t}$$

En esta fórmula Pot es la potencia consumida en watts y delta t es el tiempo que pasó en segundos.

---

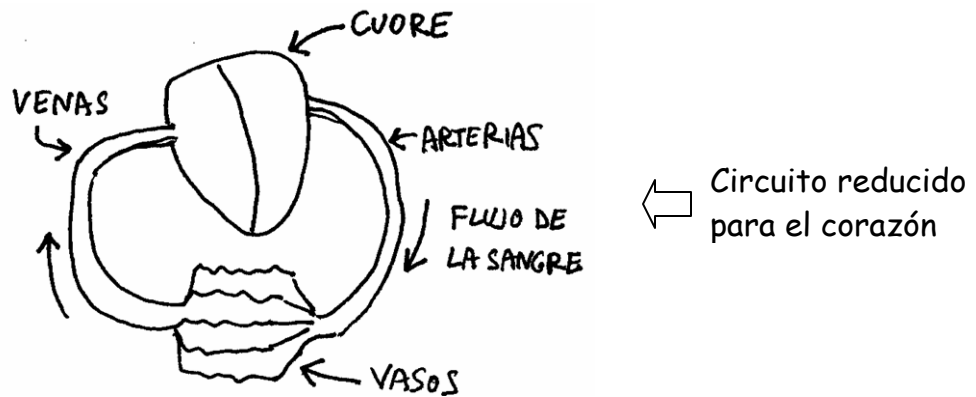
EJEMPLO:

- a) -CALCULAR LA POTENCIA QUE DEBE TENER UN MOTORCITO QUE PUEDA REEMPLAZAR AL CORAZON EN SU FUNCION DE BOMBEAR SANGRE.
- b) -CALCULAR EL VALOR DE LA  $R_H$  PARA TODO EL SISTEMA CIRCULATORIO.

DATOS: CAUDAL QUE BOMBEA EL CORAZON:  $Q=5$  litros/min  
PRESION A LA SALIDA DE LA AORTA = 13.000 Pa  
PRESIÓN A LA ENTRADA DE LA VENA CAVA = 1.000 Pa.

La cosa es así: A grandes rasgos el corazón se comporta como una bomba. Toma sangre y la impulsa para que circule venciendo el rozamiento que tiene la sangre con las paredes de las venas y las arterias.

Todo este asunto de hacer circular la sangre le crea un gasto de energía al cuerpo. Al dividir esta energía por el tiempo empleado, tengo la potencia en Watts. Hagamos un dibujito simplificado del sistema circulatorio.



Me llegan a ver en la facultad de medicina con este dibujito y me matan. Pero bueno, sigamos. Calculo el caudal que bombea el corazón. El caudal en  $m^3$  por segundo es :

$$Q = ( 5/1000) m^3 / 60 \text{ seg}$$

$$\rightarrow \underline{Q = 8,334 \times 10^{-5} m^3 / \text{seg}}$$

El  $\Delta P$  entre los 2 lados del corazón es:

$$\Delta P = 13.000 \text{ Pa} - 1.000 \text{ Pa} \rightarrow \underline{\Delta P = 12.000 \text{ Pa}}$$

Calculo la potencia que genera el corazón :  $Pot = Q \times \Delta P$

$$Pot = 8,334 \times 10^{-5} m^3 / \text{seg} \times 12.000 \text{ N} / m^2 \rightarrow Pot = 1 \text{ Joule/seg}$$

$$\rightarrow \underline{Pot = 1 \text{ Watt}}$$

Rta: El motorcito que reemplace al corazón tendría que tener una potencia aproximada de 1 Watt.

b) Voy a calcular la resistencia hidrodinámica para todo el sistema circulatorio:

Por ley de Poiseuille:  $\Delta P = Q \times R_H$

Yo había calculado el delta Pe y me había dado 12.000 Pascales. El caudal bombeado por corazón me había dado  $Q = 8,334 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{seg}$ . Entonces:

$$R_H = \Delta P / Q$$

$$R_H = 12.000 \text{ Pa} / 8,334 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{seg}$$

$$\rightarrow \underline{R_H = 1,44 \times 10^8 \text{ Pa} \times \text{seg} / \text{m}^3}$$

NOTA: Estos datos son reales para una persona que está más o menos quieta.

---

**Fin Viscosidad**