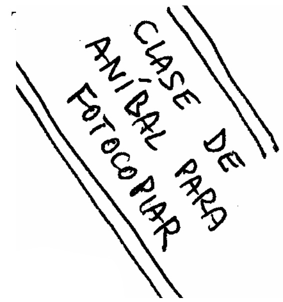
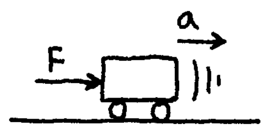


TRABAJO Y ENERGIA

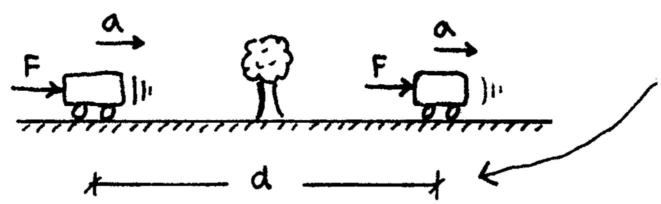
Trabajo de una fuerza

Imaginate un cuerpo que es empujado por una fuerza F. Por ejemplo, podría ser un carrito de supermercado. La fuerza lo empuja y el carrito recorre una cierta distancia d.



UN CARRITO QUE ESTA SIENDO EMPUJADO POR UNA FUERZA **EFE .**

¿ Quien empuja el carrito ? Rta : No importa. No sé. Alguien. Una fuerza eFe. Podrías ser vos con la mano, por ejemplo. Ahora, repito, quiero que te imagines que bajo la acción de esta fuerza el cochecito recorre una distancia d.



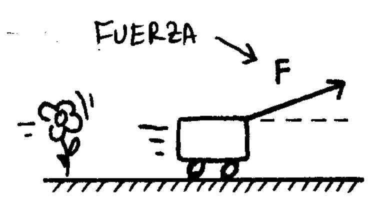
Esta es la distancia recorrida por la accción de la fueza.

Durante todo el trayecto F se mantiene constante y el carrito va acelerando. El trabajo que realizó la fuerza efe al moverse la distancia d se calcula haciendo la cuenta efe por de. (Esto es una definición). Es decir:

$$L = F \cdot d$$

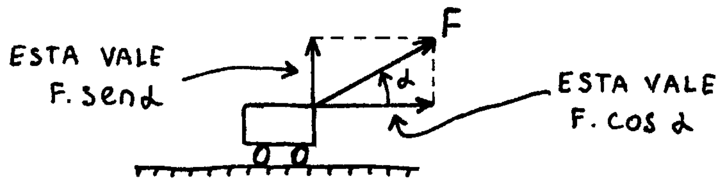
Al trabajo realizado por una fuerza se lo suele poner con la letra L. Dicen que esta L viene de " Laborum ". (Trabajo en latín o algo así).

No recuadres esta fórmula L = F .d . No es la ecuación definitiva que usamos para calcular el trabajo realizado por una fuerza. Esta definición vale cuando la fuerza se mueve en la misma dirección del desplazamiento. Pero podría pasar que la fuerza esté inclinada con respecto a la distancia d. Fijate:



Ahora la fuerza está inclinada.

Lo que hago en este caso es descomponer a **F** en dos direcciones: una así → y otra así ↑. Veamos. Analicemos cuánto valen las componentes de la fuerza F si esta fuerza forma un ángulo <u>alfa</u> con la distancia d.



La fuerza así ↑ <u>NO</u> realiza trabajo. El cuerpo no se mueve en la dirección vertical. (No se levanta del piso). La componente que va así → hace trabajo, porque recorre la distancia d. Como esta componente vale F . cos α, el trabajo que realiza vale:

$$L = \underbrace{F \cdot \cos\alpha}_{\text{F horizontal}} \cdot d$$

O, lo que es lo mismo:

$$\boxed{L = F.d.\cos\alpha}$$

← **TRABAJO DE UNA FUERZA.**

Fuerza aplicada al cuerpo.   Distancia recorrida   Ángulo formado entre *F* y *d*.

Atento. Esta es la hiper-archiconocida expresión que da el trabajo realizado por una fuerza efe. En esta fórmula <u>**F**</u> es la fuerza que actúa, <u>**d**</u> es la distancia que recorre y **alfa** (**MUY IMPORTANTE**) es el ángulo formado por la fuerza y la distancia d.

Ahora, fijate esto. La distancia <u>**d**</u> da la dirección de desplazamiento. Quiero decir, <u>d</u> apunta para donde se está moviendo el cuerpo. Dicho de otra manera, la distancia d es un vector. Este vector <u>**d**</u> siempre apunta para donde va la velocidad. Entonces, aprendete esta conclusión que es muy importante:

EL ANGULO ALFA QUE VA EN LA FORMULA L = F.d.cos α ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA Y LA DISTANCIA <u>d</u>.

ESTO ES LO MISMO QUE DECIR QUE ALFA ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA Y LA VELOCIDAD QUE TIENE EL CUERPO.

← IMPORTANTE

¿ EN QUÉ SE MIDE EL TRABAJO DE UNA FUERZA ?

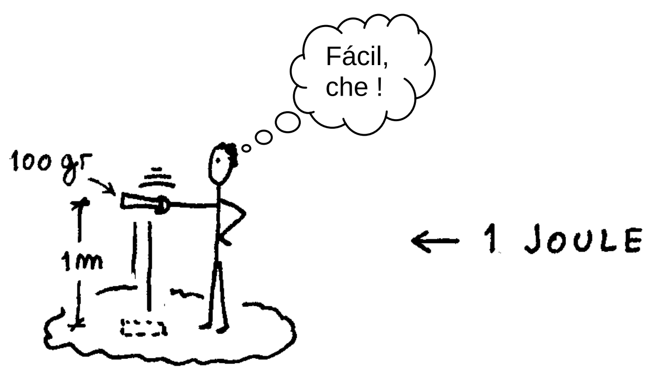
El trabajo es F por d, de manera que **L** se medirá en unidades de Fuerza × unidades de distancia. La fuerza la pongo siempre en Kilogramos fuerza o en Newton. A la distancia la puedo poner en metros. Así que las unidades de trabajo que más se usan son:

$$[\,L\,] = Kgf \cdot m \qquad \leftarrow \text{ Kilográmetro.}$$

$$[\,L\,] = N \cdot m \qquad \leftarrow \text{ Joule.}$$

Como 1 Kilogramo fuerza son 9,8 Newton, 1 Kilográmetro equivaldrá a 9,8 Joule.
Pregunta: ¿ Qué tan grande es un trabajo de 1 joule en la vida real ?
Rta: Bueno, 1 Joule es el trabajo que realiza una fuerza de 1 Newton cuando se desplaza 1 metro. Como 1 N son más o menos 0,1 kilogramos fuerza, si vos tenés algo que pese 100 gramos y lo elevás a 1 m de altura, el L que realizaste vale 1 Joule.

En la práctica una calculadora pesa más o menos 100 gramos. Entonces al levantar una calculadora a una altura de 1 metro, estás haciendo un trabajo aproximado de 1 Joule.

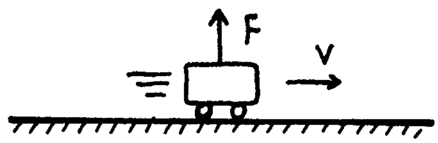


ALGUNAS ACLARACIONES (Leer)

* La fuerza es un vector. De manera que daría la impresión de que el producto F.d también tendría que ser un vector. Sin embargo el trabajo **no es un vector**.
  El trabajo de una fuerza no apunta para ningún lado. L no tiene ni dirección, ni sentido, ni módulo ni nada de eso.
  No puedo explicarte por qué esto es así. Por ahora tomalo como que es así.
  Repito, el trabajo de una fuerza NO es un vector. Es un escalar.

* Sólo puede haber L cuando una fuerza se mueve. Una fuerza quieta **no puede realizar trabajo**.

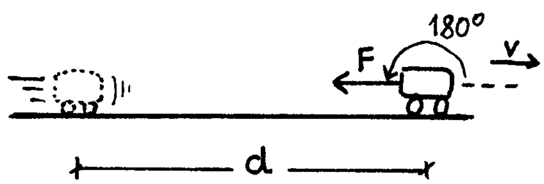
* Hay fuerzas que no realizan trabajo aún cuando se estén moviendo. Es el caso de las fuerzas que se trasladan en forma perpendicular a la trayectoria.



⟵ F no hace trabajo.

Esto podés entenderlo viendo que en realidad, F no se está moviendo en la dirección vertical. No hay distancia recorrida en esa dirección (⇒ no hay L).
Visto de otra forma, puedo decir que el ángulo que forma F con d vale 90° (F 90°)
y coseno de 90° es <u>cero</u>, así que $F \cdot d \cdot \cos 90°$ me da <u>cero</u>.

* Una fuerza puede realizar trabajo negativo. Esto pasa cuando el cuerpo va para allá →, y la fuerza va para allá ←. Es decir, la fuerza va al revés del Δx.



⟵ F hace trabajo negativo.

Esto se puede entender viendo que el ángulo que forma la fuerza es en realidad 180°. Coseno de 180° es -1, ⇒ el producto $F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1}$ da con signo negativo .

Ahora, pensemos un poco: ¿ Qué fuerza suele ir al revés de la velocidad ?.
<u>**Rta**</u>: El rozamiento. Generalmente F_{roz} apunta al revés de como se está moviendo el cuerpo. Por eso, casi siempre el trabajo de la F_{roz} es **negativo.** Ojo, digo "casi" siempre porque hay casos raros donde el rozamiento va como va la velocidad y hace trabajo <u>POSITIVO</u> .

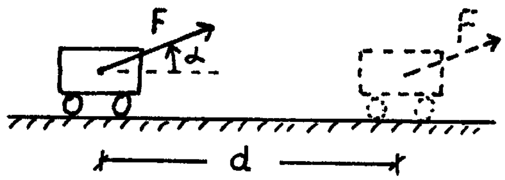
⟵ F_{roz} haciendo un trabajo ⊝.

Ultima aclaración: La palabra trabajo, en física, no se usa con el mismo sentido que se usa en la vida diaria. Uno puede decir: "Uf , ¡ Sostener esta valija me cuesta un trabajo terrible ! " Ojo, … al sostener una valija uno hace fuerza, pero esa fuerza no recorre ninguna distancia **d**... Es decir, no hay trabajo realizado.

Ejemplo

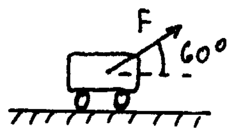
PARA LOS DISTINTOS VALORES DEL ANGULO ALFA, CALCULAR EL TRABAJO DE LA FUERZA F AL RECORRER LA DISTANCIA d. EN TODOS LOS CASOS F = 10 N Y d = 10 m.

a) $\alpha = 60°$, b) $\alpha = 60°$ hacia abajo, c) $\alpha = 90°$, d) $\alpha = 180°$.



Lo que hago es aplicar la definición de trabajo de una fuerza en cada uno de los casos. Tengo:

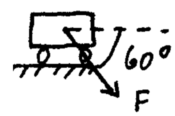
Caso a) Alfa = 60°



$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow L = 10\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} \cdot \underbrace{\cos 60}_{0,5} = 50\ \mathrm{Joule}$$

Caso b) Alfa = 60° con la fuerza apuntando para abajo : $\longrightarrow$



El ángulo α es siempre el que forma la fuerza F con la distancia d. En este caso α es 60° . Entonces:

$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

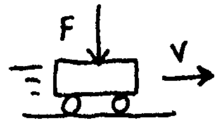
$$\Rightarrow L = 10\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} \cdot \cos 60°$$

$$\boxed{\Rightarrow L = 50\ \mathrm{Joule}}$$

Caso c) Fuerza formando 90°

$$L = F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 90°}_{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 0}$$

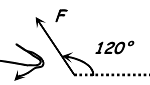


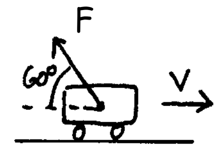
Caso d) $\alpha = 180°$

$$L = 10\,\mathrm{N} \cdot 10\,\mathrm{m} \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1}$$

$\boxed{\Rightarrow \; L = -100 \text{ Joule}}$

Inventemos un caso más. Pongamos ahora la Fuerza apuntando de la siguiente manera:
El ángulo que forma la fuerza F es de 120°





$$L = 10\,N \,.\, 10\,m \,.\, \underbrace{\cos(120°)}_{0,5}$$

$$\Rightarrow \quad L = -50 \text{ Joule}$$

Otra manera de hacer este ejemplo es tomar el ángulo de 60° que la fuerza forma con la distancia pero poniéndole a todo signo (-). Le pongo de entrada el signo menos porque veo que la fuerza está frenando al cuerpo .

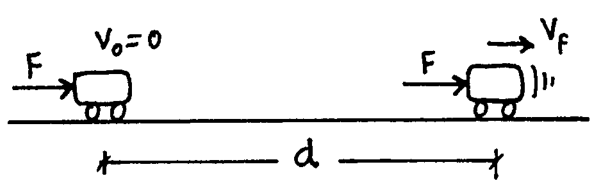
$$L = -\,(\,10N \cdot 10m \cdot \underbrace{\cos(60°)}_{0,5})$$

$$L = -50 \text{ Joule}$$ (Dio lo mismo).

Repito: Una fuerza hace trabajo negativo cuando apunta al revés de la velocidad. Este es el caso típico de la fuerza de rozamiento.

ENERGÍA CINÉTICA

La cosas que se mueven tienen energía cinética. ¿ Qué quiere decir esto ?
Rta : Quiere decir lo siguiente: Supongamos que tengo un cuerpo que está quieto. Lo empiezo a empujar y comienza a moverse. Ahora tiene velocidad y por lo tanto tiene energía cinética.



¿ De dónde salió esa energía que el tipo tiene ahora ? RTA.: Salió del trabajo que hizo la fuerza F. Todo el trabajo F . d se transformó en energía cinética. Me fijo cuánto vale esa E_c . El trabajo realizado por F vale F . d, entonces:

$$L = F \cdot d$$

$$\Rightarrow L = \underbrace{m \cdot a}_{F} \cdot d$$

La aceleración que tiene el carrito la calculo con la ecuación complementaria:

$$v_f^{\,2} - \cancel{v_0^{\,2}} = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_f^{\,2}}{2 \cdot d}$$

Reemplazando esto en $L = m.a.d$:

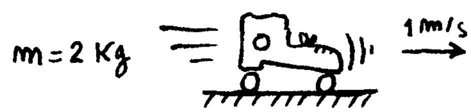
$$L = m \cdot \frac{v_f^{\,2}}{2 \cdot \cancel{d}} \cdot \cancel{d}$$

$$\Rightarrow \quad L = \tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}$$

Pero este trabajo realizado es la energía cinética que el tipo adquirió. Entonces:

$$\boxed{Ec = \tfrac{1}{2} m . v^2} \quad \leftarrow$$ Energía cinética que tiene un cuerpo que se está moviendo.

Ejemplo: Un objeto de m = 2 Kg se mueve con v = 1 m/s. Calcular su E_c .



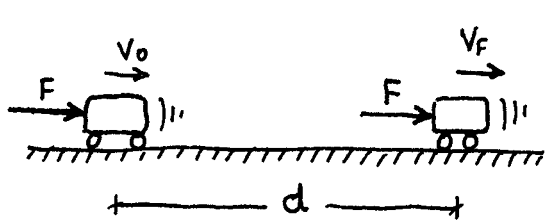
$$Ec = \tfrac{1}{2} .2 \ Kg .(1 m/s)^2 = 1 \ \text{Joule.}$$

Fijate que las unidades de la energía cinética son $Kg \cdot m^2/s^2$ que es lo mismo que $N \cdot m$, que es Joule. El trabajo y la energía se miden en las mismas unidades. (Joule). ¿ Casualidad ?

Rta: No. Justamente NO. Trabajo y energía son, en cierta medida, la misma cosa. Cuando una fuerza actúa a lo largo de una distancia d, ese trabajo se invierte en energía cinética. De la misma manera, cuando un cuerpo viene con una determinada energía cinética, se necesitará el trabajo de una fuerza para frenarlo.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Supongamos que un cuerpo se viene moviendo con velocidad inicial V_0 . En ese momento se aplica una fuerza y el tipo empieza a acelerar.



EL CUERPO ACELERA POR ACCION DE LA FUERZA F.

El carrito en su movimiento acelerado recorre una distancia d. El trabajo realizado por F vale L = F . d. Pero como por 2da ley de Newton F = m . a, me queda :

$$L_F = F \cdot d$$

$$\Rightarrow \quad F \cdot d = m \cdot a \cdot d$$

El cuerpo al ser empujado por una fuerza tiene un MRUV. Entonces puedo plantear la ecuación complementaria :

$$v_f^{\,2} - v_o^{\,2} = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{v_f^{\,2} - v_o^{\,2}}{2d}$$

Reemplazando:

$$F \cdot \cancel{d} = m \cdot \frac{v_f^{\,2} - v_O^{\,2}}{2 \cdot d} \cdot \cancel{d}$$

VER

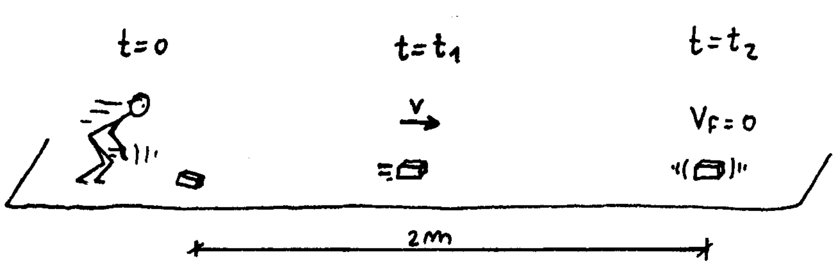
$$\boxed{\underbrace{F \cdot d}_{L_F} = \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}}_{Ec_f} - \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_0^{\,2}}_{Ec_0}}$$

Teorema del trabajo y la Energ.cinética.

Esto se lee de la siguiente manera: Al principio el tipo tenía una energía cinética inicial (= $\frac{1}{2}$ m . $V_0^{\,2}$). Después de actuar la fuerza, tiene una energía cinética final (= $\frac{1}{2}$ m . $V_f^{\,2}$). La diferencia (= la resta) entre estas dos energías es igual al trabajo realizado por la fuerza F .

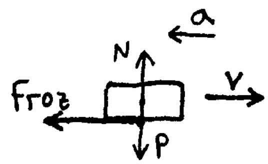
Ejemplo

SE TIRA UN LADRILLO AL SUELO CON VELOCIDAD V = 10 m/s. SABIENDO QUE SE FRENA DESPUÉS DE RECORRER 2 m, CALCULAR EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO. $m_{LADRILLO}$ = 1 kg.



Lo que tengo es esto.

El ladrillo recorre 2 m hasta que se frena. Voy a ver qué fuerzas actúan mientras se está frenando. Hago el diagrama de cuerpo libre:



← Diagrama de cuerpo libre.

La fuerza de rozamiento es la que hace que el tipo se vaya frenando. El peso y la normal **no hacen trabajo**. Entonces uso el teorema del trabajo y la energía cinética. Planteo que el trabajo de la fuerza de rozamiento tiene que ser igual a la variación de la energía cinética. Veamos:

$$L_{F_{ROZ}} = \Delta E_c$$

ver!

$$-F_{roz}\cdot d = \tfrac{1}{2} m \cdot \underbrace{\cancel{v_f^{2}}}_{0} - \tfrac{1}{2} m \cdot v_0^{2}$$

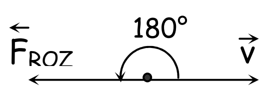
$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{m\cdot v_0^{2}}{2\cdot d}$$

$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{1Kg\cdot(10\,m/s)^2}{2\cdot 2m}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{roz} = 25\,N}$$

← Fuerza de rozamiento que actuó.

<u>Fijate que</u>:
El trabajo de la fuerza de rozamiento es ⊖. Eso pasa porque la velocidad va para allá $\rightarrow$ y la fuerza de rozamiento va para el otro lado. A esta misma conclusión llego si hago este dibujito:



$$L_{roz} = F\cdot d\cdot \overbrace{\cos(180°)}^{-1}$$

Este problema se podría haber resuelto combinando cinemática con dinámica:

$$\cancel{v_f^{2}} - v_0^{2} = 2\cdot a\cdot d$$ ← Ec. complementaria.

$$\Rightarrow L_{roz} = \ominus\; F\cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{-v_0^{2}}{2\cdot d}$$

Como $F = m . a$:

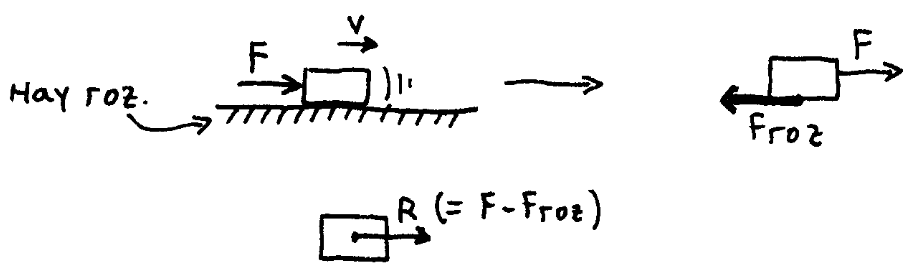
$$\Rightarrow F_{ROZ} = -\frac{m \cdot v_0^{\,2}}{2 \cdot d} \longleftarrow$$ Mismo resultado anterior

Trabajo y energía me permite resolver problemas de cinemática y dinámica por otro camino. Es más, hay algunos problemas que sólo pueden resolverse usando L y Energía

Por ejemplo, este: →

El teorema del trabajo y la energía cinética se usa sólo cuando tengo planos horizontales. Pero a veces puedo tener planos inclinados o montañas. En estos casos conviene usar el teorema del trabajo y la energía **<u>mecánica</u>**. (Que viene después).

El teorema del trabajo y la energía fue deducido para un cuerpo que tiene 1 sola fuerza aplicada. ¿ Y si tengo más de una fuerza, qué hago ?
<u>Rta</u> :Bueno, en ese caso calculo la resultante de todas las fuerzas que actúan.
Por ejemplo, supongamos un caso donde actúa <u>más</u> de 1 fuerza:



Ahora tengo un cuerpo que tiene una sola fuerza aplicada (la resultante).
Al tener una sola fuerza puedo usar el teorema.