ASIMOV

BIOF

PARA

1ra

INCLUYE PROBLEMAS TOMADOS EN PARCIALES

ÍSICA

EL CBC

PARTE

**LIBRO DE ASIMOV CON TEORIA
Y EJERCICIOS RESUELTOS.
TIENE TODOS LOS TEMAS DE LA
MATERIA HABLADOS
EN CASTELLANO**

ASIMOV – BIOFISICA PARA EL CBC, Parte 1

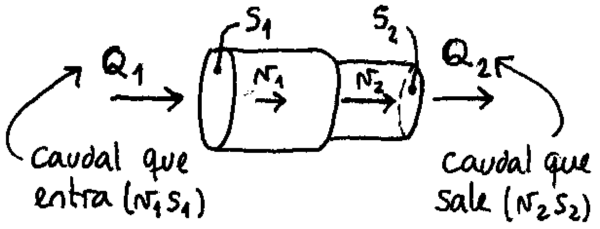
ASIMOV

BIOFISICA

Para el CBC

- PARTE 1 -

* CINEMATICA, DINAMICA, TRABAJO Y ENERGIA
* HIDROSTATICA, HIDRODINAMICA, VISCOSIDAD
* DIFUSION, OSMOSIS, HUMEDAD RELATIVA



DONDE EL TUBO ES MAS ANGOSTO, LA VELOCIDAD ES MAS GRANDE ($v_2 > v_1$)

Biofísica para el CBC, Parte 1
- 2da. edición. – Buenos Aires: Editorial Asimov, 2018

230 p.; 21 x 27 cm.
ISBN: 978-987-23462-4-9

Biofísica para el CBC, Parte 1
- 2a ed. - Buenos Aires : Asimov, 2018

v. 1, 230 p. ; 21 x 27 cm.

ISBN 978-987-23462-4-9

1. Biofísica-Ejercicios. I. Título
CDD 571.01

Fecha de catalogación: Marzo de 2007

2da edición. Tirada: 50 ejemplares.
Se terminó de imprimir en Marzo de 2018

OTROS APUNTES ASIMOV

*** EJERCICIOS RESUELTOS**
Son los ejercicios de la guía resueltos y explicados.

*** PARCIALES RESUELTOS**
Son parciales que resueltos que fueron tomados el año pasado. Hay también Parciales resueltos de años anteriores.

*** PREGUNTAS DE LAS FACULTADES**
Es una recopilación de las preguntas de las facultades tomadas en los últimos parciales. La pregunta de la facultad puede llegar a ser un valioso puntito en el parcial.

OTROS LIBROS:

*** QUÍMICA PARA EL CBC**

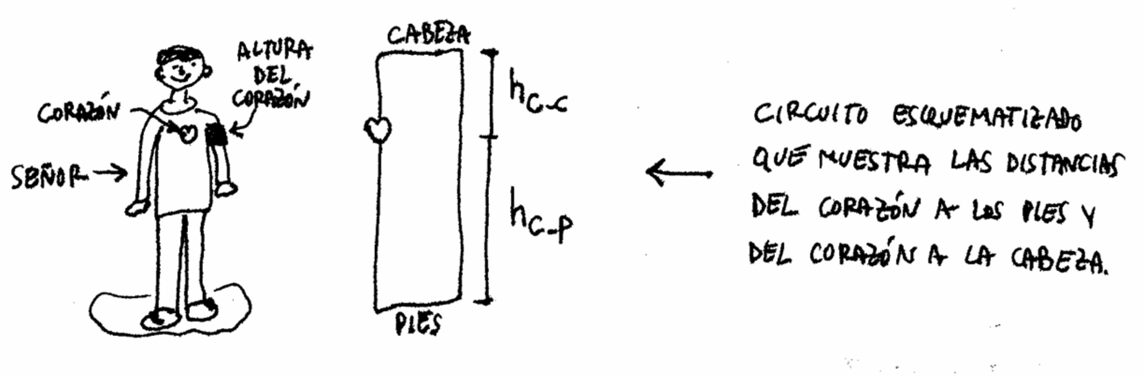
*** MATEMATICA PARA EL CBC**

Estos libros tienen lo que se da en clase pero hablado en castellano bien criollo

¿ Ves algo en este libro que no está bien ?
¿ Encontraste algún error ?
¿ Hay algo mal explicado ?
¿ Hay algo que te parece que habría que cambiar ?

Mandame un mail y lo corrijo.

www.asimov.com.ar



RESUMEN DE FORMULAS AL FINAL

BIOFISICA PARA EL CBC

-Por ANÍBAL-

Hola, va acá la teoría correspondiente a los temas que entran para el primer parcial. Si mirás un poco este libraco vas a ver que es verdad lo que te dijeron: La materia Biofísica es larga, pesada y llena de fórmulas. ¿Qué se puede hacer entonces?
Rta: Y bueno, nada, hay que estudiar.

Te sugiero que para aprobar esta materia sigas este procedimiento:
Primero : Leé este libro.
Segundo : Mientras lo vas leyendo, andá haciendo tu resumen de fórmulas.
Tercero : Hacé los problemas que están en la guía.
Cuarto : Ponete a resolver exámenes viejos.

Resolver temas de parciales viejos es fundamental. Recién al resolver problemas que fueron tomados, te vas a dar cuenta si entendés el asunto o no.
Recordá que ellos suelen dejar que lleves al parcial una hoja con todas las fórmulas. Hacete un buen resumen. No copies el resumen de otro. No sirve usar el resumen de otra persona. Conviene que hagas tu resumen vos para vos. Al hacerlo, ya estás estudiando.

Vamos a unas cosas importantes:
* Este libro tiene derecho de autor, o sea que en principio no se puede fotocopiar. Pero yo te dejo que lo fotocopies si lo necesitás para estudiar. Pero atenti, no te dejo que lo fotocopies si tu idea es vender libros a 3 por 5.

* Este <u>NO ES</u> el libro oficial de la cátedra de biofísica. Este es un libro que escribí yo a mi manera. Básicamente es un resumen de mis clases.

* Con el tiempo, hay temas que se fueron sacando de la materia biofísica. Ejemplo: Movimiento armónico, Estática, peso y empuje, ley de Henry, cuba electrolítica óptica, ondas y demás. Esos temas ya no van. Te aviso esto porque puede ser que veas estos temas en parciales viejos.

* Recomendación: Estudiá. No te atrases. En biofísica <u>CADA PUNTO CUENTA</u>. No es lo mismo tener un 3 (tres) en el 1er parcial que tener un 4 (cuatro).

* Tené en cuenta que saber biofísica es **<u>SABER RESOLVER EJERCICIOS</u>**.

¿ Querés leer teoría ? Está perfecto, pero no te olvides que a vos te van a tomar problemas. Agarrá la guía de TP y hacete los ejercicios. Y no sólo eso. Conseguite parciales viejos y resolvelos. Esta materia se aprende haciendo ejercicios.

* Hay algunos apuntes que saqué que te pueden ayudar bastante. Tenés parciales resueltos. Tenés finales resueltos. También hice un apunte con las preguntas de las facultades.

* Tenés parciales y finales viejos para bajar de página de Asimov:

<u>www.asimov.com.ar</u>

En la página tenés links a la UBA y a la página oficial de la cátedra de Biofísica del CBC. Ahí están los horarios de las clases de consultas, fechas de exámenes, notas de parciales y demás. De la página de Asimov también podés bajarte el certificado analítico con las notas del CBC.

Por cualquier consulta o sugerencia entrá a la página y mandame un mail. Y sino vení a verme directamente a mi. Los chicos saben donde encontrarme.

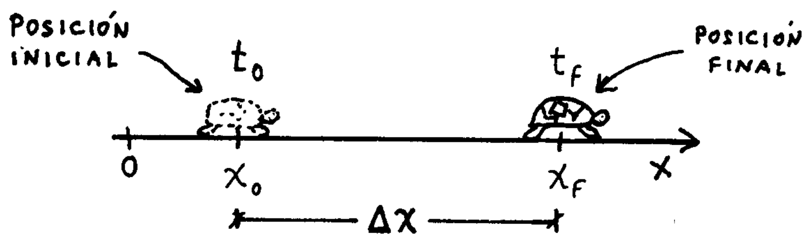
SUERTE EN EL EXAMEN !

Saludos.
Aníbal

Índice

MRU

MOVIMIENTO RECTILINEO Y UNIFORME



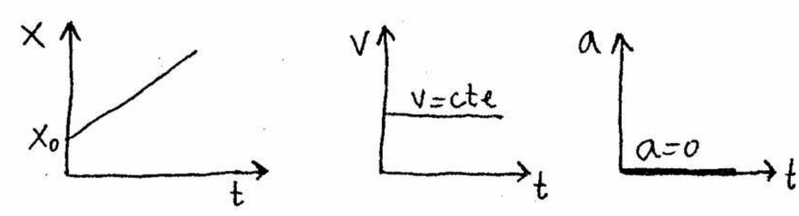
ECUACIONES HORARIAS

$$\begin{cases} 1^{ra}: (\text{posición}) \rightarrow \boxed{X = X_0 + V(t - t_0)} \\ 2^{da}: (\text{velocidad}) \rightarrow V = cte \\ 3^{ra}: (\text{aceleración}) \rightarrow a = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{V = \frac{X_F - X_0}{t_F - t_0}} \begin{matrix} \leftarrow \text{Esto es } \Delta X \\ \leftarrow \text{Esto es } \Delta t \end{matrix}$$

⇦ **ASI SE CALCULA LA VELOCIDAD EN EL MRU**

GRÁFICOS PARA EL MRU



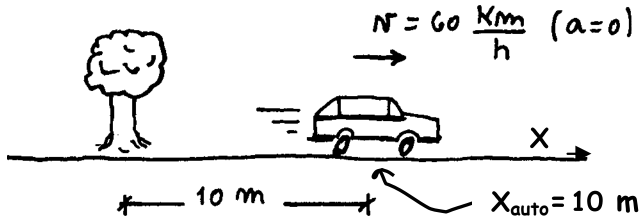
CINEMÁTICA

CONCEPTOS DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

En cinemática hay tres cosas que tenés que conocer porque se usan todo el tiempo. Fijate :

El lugar en donde está la cosa que se está moviendo se llama **Posición**.
La rapidez que tiene lo que se está moviendo se llama **velocidad**.
Si la velocidad del objeto aumenta o disminuye, se dice que tiene **aceleración**.

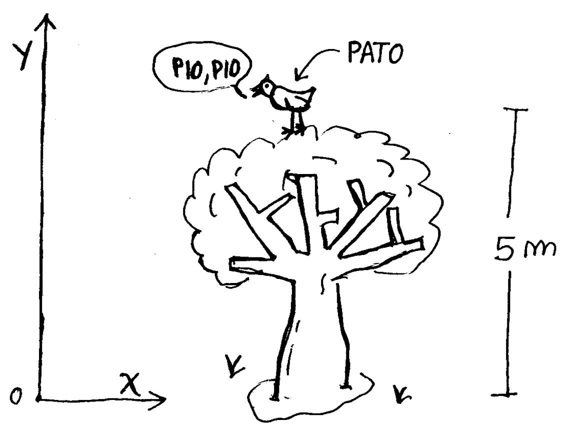
Ejemplo:



POSICION Y VELOCIDAD

Para la posición se usa la letra **x** porque las posiciones se marcan sobre el eje **x**. Si el objeto está a una determinada altura del piso se usa un eje vertical **y** (y la altura se indica con la letra y).

EJEMPLO: Supongamos que tengo algo a 5 metros de altura. Para dar su posición tomo un eje vertical **Y**. Con respecto a este eje digo:



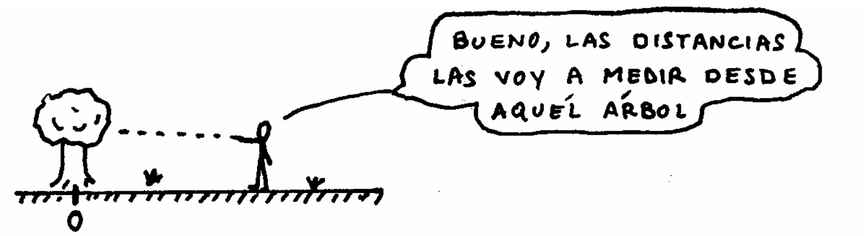
LA POSICION DEL PATO ES **Y = 5 metros** .

X e **Y** se llaman **coordenadas del cuerpo**. Dar las coordenadas de una cosa es una manera de decir dónde está el objeto en ese momento. (Por ejemplo, un avión).

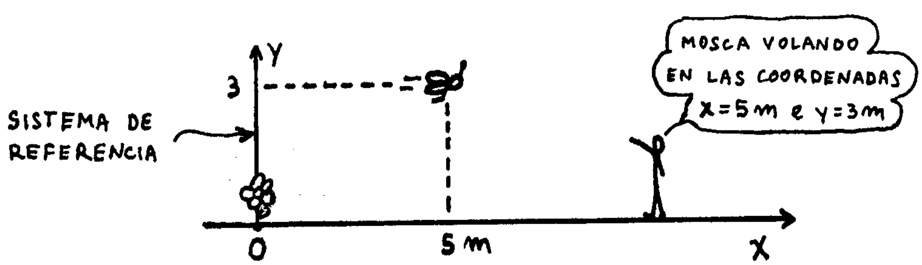
SISTEMA DE REFERENCIA

Cuando digo que la posición de algo es x = 10 m, tengo que decir 10 m medidos **desde dónde**. Vos podés estar a 10 m de tu casa pero a 100 m de la casa de tu primo.

De manera que la frase: "estoy a 10 m" no indica nada. Hay que aclarar **desde dónde uno mide esos 10 m.** Entonces en física, lo que ellos hacen es decir:

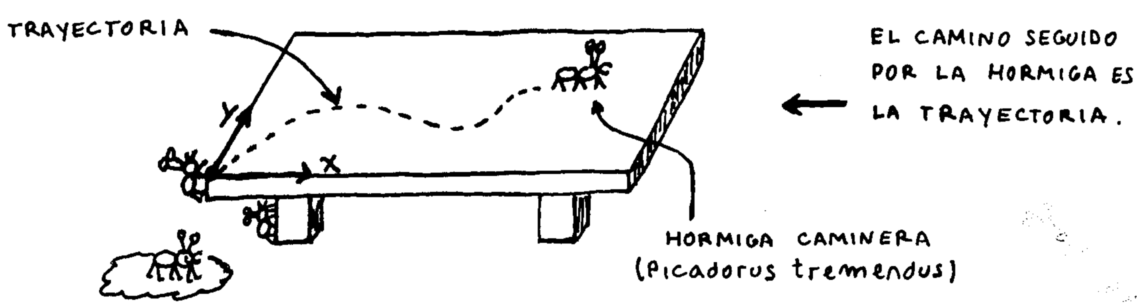


En el lugar que elijo como cero pongo el par de ejes **x-y**. Estos dos ejes forman el **sistema de referencia**. Todas las distancias que se miden están **referidas** a él. Para resolver los problemas siempre hay que tomar un par de ejes **x-y**. Poner el par de ejes **x-y** nunca está de más. Si no lo ponés, no sabés desde dónde se miden las distancias. Las ecuaciones que uno plantea después para resolver el problema, **van a estar referidas al par de ejes x-y que uno eligió**.



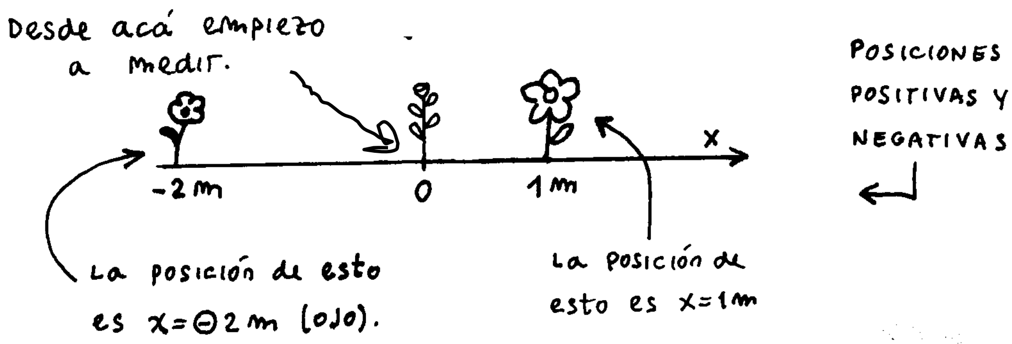
TRAYECTORIA (Fácil)

La **trayectoria** es el caminito que recorre el cuerpo mientras se mueve. Puede haber muchos tipos de trayectorias. Acá en MRU es siempre rectilínea. La trayectoria no tiene por qué ser algún tipo de curva especial. Puede tener cualquier forma. Ejemplo:



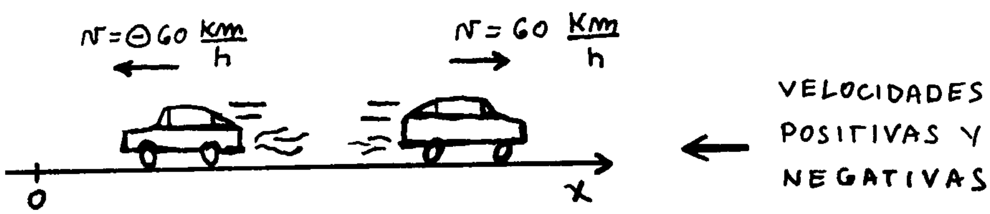
POSICIÓNES NEGATIVAS (Ojo)

Una cosa puede tener una posición negativa como x = - 3 m, ó x = - 200 Km. Eso pasa cuando la cosa está del lado negativo del eje de las equis. Esto es importante, porque a veces al resolver un problema el resultado da negativo. Y ahí uno suele decir: Huy, me dió X = - 20 m. No puede ser. Pero puede ser. La posición puede dar negativa. Incluso la velocidad y la aceleración también pueden dar negativas. Mirá en este dibujito como se representa una posición negativa :



VELOCIDAD NEGATIVA (leer)

Si una cosa se mueve en el mismo sentido que el eje de las x, su velocidad es (+). Si va al revés, es (-). Atento con esto que no es del todo fácil de entender. A ver:



Es decir, en la vida diaria uno no usa posiciones ni velocidades negativas. Nadie dice: "estoy a –3 m de la puerta". Dice: "estoy 3 m **detrás** de la puerta". Tampoco se usa decir: "ese coche va a – 20 km/h ". Uno dice: "ese coche va a 20 Km por hora **al revés de cómo voy yo**. Pero atento porque acá en cinemática la cuestión de posiciones negativas y velocidades negativas se usa todo el tiempo y hay que saberlo bien.

LA LETRA GRIEGA DELTA (Δ)

Vas a ver que todo el tiempo ellos usan la letra Delta. Es un triangulito así: ➔ Δ . En física se usa la delta para indicar que a lo final hay que restarle lo inicial. Por ejemplo, Δx querrá decir " equis final menos equis inicial ". Δt querrá decir " t final menos t inicial ", y así siguiendo. En matemática a este asunto de hacer la resta de 2 cosas se lo llama hallar la **variación** o **diferencia**.

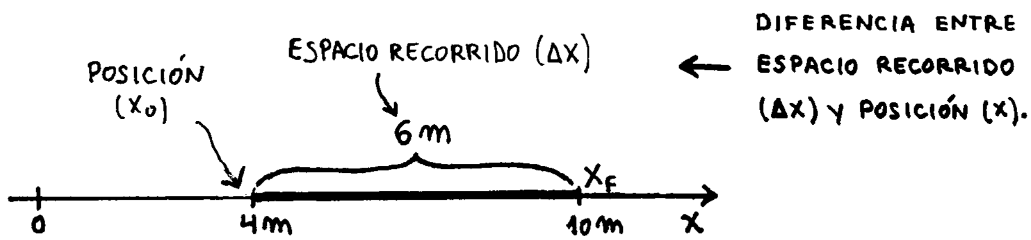
ESPACIO RECORRIDO (ΔX)

El lugar donde el tipo está se llama **posición**. La distancia que el tipo recorre al ir de una posición a otra se llama **espacio recorrido**. Fijate que posición y espacio recorrido NO son la misma cosa. Pongámonos de acuerdo. Vamos a llamar:

X_0 = posición inicial (lugar de donde el tipo salió)
X_f = posición final (lugar a donde el tipo llegó)
ΔX = espacio recorrido. ($= X_f - X_o$)

Si el móvil salió de una posición inicial (por ejemplo $X_0 = 4$ m) y llegó a una posición final (por ejemplo $X_f = 10$ m) , el espacio recorrido se calcula haciendo esta cuenta:

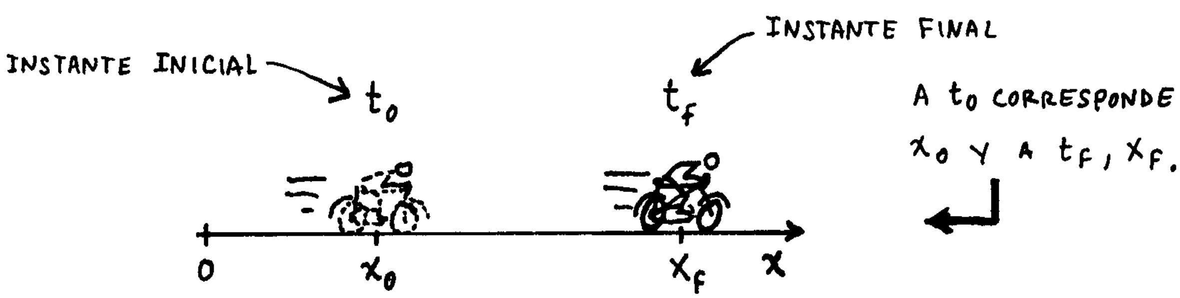
$$\boxed{\Delta x = x_f - x_0}$$ ← **ESPACIO RECORRIDO**



Es decir, en este caso me queda: $\Delta X = 10\text{ m} - 4\text{ m}$ ==> $\Delta X = 6\text{ m}$.

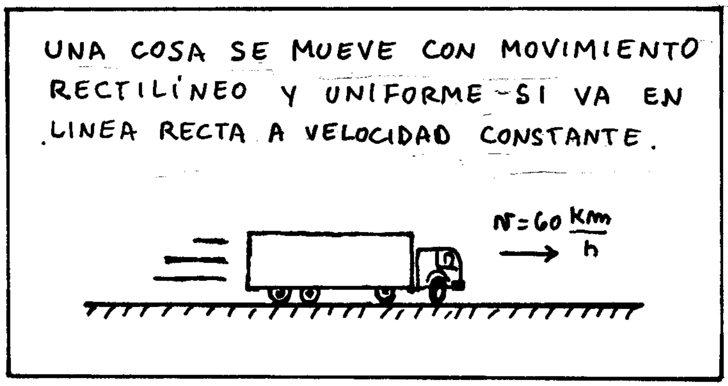
TIEMPO TRANSCURRIDO o INTERVALO DE TIEMPO (Δt)

El intervalo de tiempo Δt es el tiempo que el tipo estuvo moviéndose. Delta t puede ser 1 segundo, 10 segundos, 1 hora, lo que sea... Si el objeto salió en un instante inicial t_0 (por Ej. a las 16 hs), y llegó en un determinado instante final (por Ej. a las 18 hs), el intervalo de tiempo delta t se calcula haciendo la cuenta $\Delta t = t_f - t_0$, (Es decir 18 hs – 16 hs = 2 hs).



MOVIMIENTO RECTILÍNEO y UNIFORME (MRU)

Una cosa se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme si se mueve en **línea recta** y va con velocidad constante. Otra manera de decir lo mismo es decir que el móvil recorre **espacios iguales en tiempos iguales**. Esto lo dijo Galileo (ídolo !).

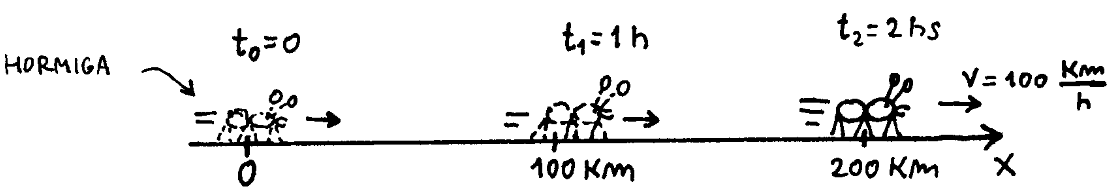


MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME.

En el MRU la velocidad no cambia, se mantiene constante. Al ser la velocidad todo el tiempo la misma, digo que lo que se viene moviendo **no acelera.** Es decir, en el movimiento rectilíneo y uniforme **la aceleración es cero** (a = 0).

EJEMPLO DE CÓMO SE CONSTRUYEN GRÁFICOS EN EL MRU (Leer esto)

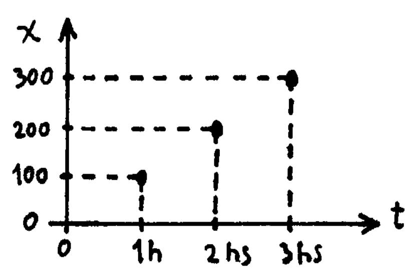
Muchas veces piden hacer gráficos. ¿Cómo es eso? Fijate. Suponé que una cosa se viene moviendo a 100 por hora. Una hormiga, por ejemplo.



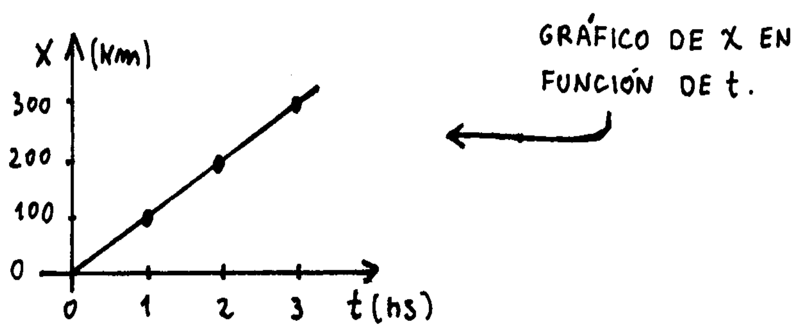
Después de una hora habrá recorrido 100 Km. Después de 2 hs habrá recorrido 200 Km y así siguiendo... Esto se puede escribir en una tablita:

POSICIÓN	TIEMPO
0 Km	0 hs
100 Km	1 h
200 Km	2 hs

Ahora puedo hacer un gráfico poniendo para cada tiempo la posición correspondiente (A 0 le corresponde 0, a 1 le corresponde 100, etc).



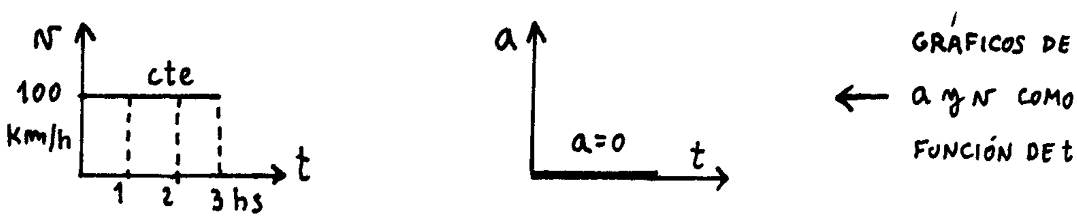
Uniendo todos los puntos tengo el gráfico de la posición en función del tiempo:



A este gráfico se lo suele llamar abreviadamente **X (t)** , **X = f (t)** , **o** **X = X (t)**.
Todas estas denominaciones quieren decir lo mismo:

Representación de la posición X en función del tiempo.

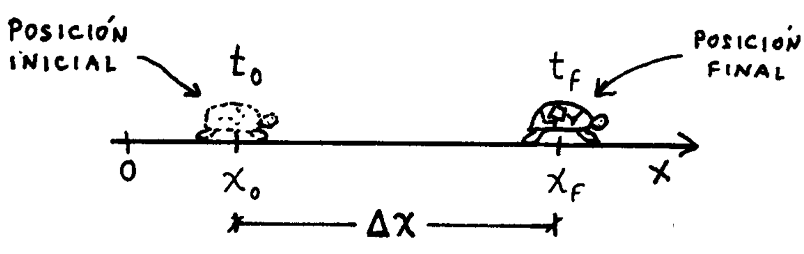
Puedo dibujar también los gráficos de velocidad y aceleración en función del tiempo. (Importantes). Si lo pensás un poco vas a ver que quedan así:



En estos 3 gráficos se ven perfectamente las características del MRU. O sea : El gráfico de **x** en función del tiempo muestra que la posición es **lineal** con el tiempo. (Lineal con el tiempo significa directamente proporcional). El gráfico de **V** en función de **t** muestra que la velocidad se mantiene **constante**. El gráfico de **a** en función de **t** muestra que la aceleración es todo el tiempo **cero**.

CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN EL MRU

Para calcular la velocidad se hace la cuenta **espacio recorrido** sobre **tiempo empleado**. Esta misma cuenta es la que vos usás en la vida diaria. Supongamos que un tipo salió de la posición x_0 y llegó a la posición x_f .



La velocidad va a ser: $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{v = \dfrac{x_f - x_0}{t_f - t_0}} \Leftarrow$ ASI SE CALCULA LA VELOCIDAD EN EL MRU

Por ejemplo, si una persona viaja de Buenos Aires a Mar del Plata (400 km) en 5 horas, su velocidad será:

$$v = \frac{400\ Km}{5\ hs} = 80\ \frac{Km}{h}$$

Si el tipo salió inicialmente del kilómetro 340 (X_0) y llega al km 380 (X_f) después de 30 minutos, su velocidad será :

$$\Delta X = \underbrace{380\ Km}_{X_F} - \underbrace{340\ Km}_{X_0}$$

$$v = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{40\ Km}{0,5\ hs} = 80\ \frac{Km}{h}$$

ECUACIONES HORARIAS EN EL MRU (Importante).

La definición de velocidad era: $v = \dfrac{x - x_0}{t - t_0}$. Si ahora despejo $x - x_0$ me queda :

$$\rightarrow \quad v \, . (t - t_0) = x - x_0$$

$$\rightarrow \quad \boxed{x = x_0 + v \, . (t - t_0)} \quad \leftarrow \ 1^{ra}\ \text{ECUACION HORARIA}$$

Se la llama " horaria " porque en ella interviene el tiempo (= la hora). Como ($t - t_0$) es Δt, a veces se la suele escribir como $x = x_0 + v \times \Delta t$. Y también si t_0 cero vale cero, se la pone como $x = x_0 + v_x t$. (Importante).

Pregunta: ¿ Para qué sirve la ecuación horaria de la posición ?

Rta: Esta ecuación **me va dando la posición del tipo en función del tiempo**.

O sea, yo le doy los valores de t y ella me da los valores de x. (Atento). Fijate :

Suponete que lo que se está moviendo salió en $t_0 = 0$ de la posición $x_0 = 200$ Km.

Si el objeto al salir tenía una velocidad de 100 Km/h, su ecuación horaria será:

$$X = 200\ Km + 100\ \frac{Km}{h} . (t - 0)$$

$$\Rightarrow \quad X = 200\ Km + 100\ \frac{Km}{h}\ t$$

Si en la ecuación voy dándole valores a **t** (1 h, 2 hs, 3 hs, etc) voy a tener la posición donde se encontraba el tipo en ese momento.
En realidad siempre hay 3 ecuaciones horarias. La velocidad y la aceleración también tienen sus ecuaciones horarias. Para el caso del MRU, las ecuaciones de v y de a son :

$$v = cte \qquad y \qquad a = 0$$

En definitiva, las tres ecuaciones horarias para el MRU son:

$$\begin{cases} x = x_0 + v\,.\,(t - t_0) \\ v = Cte \\ a = 0 \end{cases} \Longleftarrow$$

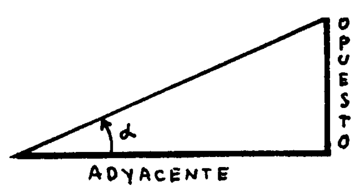
ECUACIONES HORARIAS PARA EL MOVIMIENTO RECTILINEO Y UNIFORME

De las tres ecuaciones sólo se usa la primera para resolver los problemas. Las otras dos no se usan. Son sólo conceptuales. (Pero hay que saberlas). Recordá que casi siempre **t** cero vale cero, entonces la 1ra ecuación horaria queda como:

$$\boxed{x = x_0 + v\,t}$$

TANGENTE DE UN ÁNGULO

Calcular la tangente (tg) de un ángulo significa hacer la división entre lo que mide el cateto opuesto y lo que mide el cateto adyacente. Dibujo un ángulo cualquiera.



⇐ Un triángulo
De ángulo alfa

En este triángulo la tangente de alfa va a ser:

$$\boxed{tg\ \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}} \leftarrow \text{Tangente de un ángulo.}$$

Midiendo con una regla directamente sobre la hoja obtengo: Opuesto: 2,1 cm.
Adyacente: 4,8 cm

Entonces:

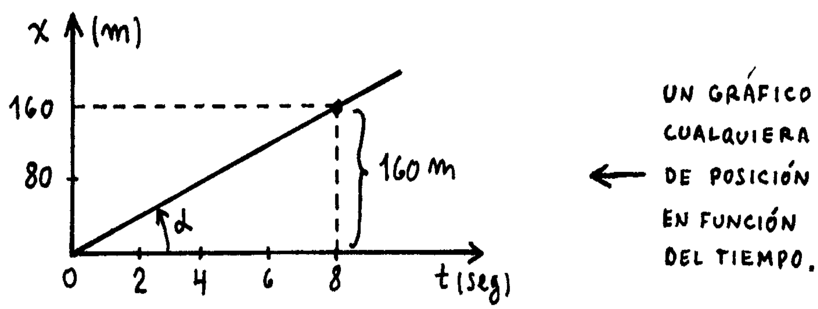
$$tg\ \ \alpha = \frac{2{,}1\,\text{cm}}{4{,}8\,\text{cm}} = 0{,}437$$

Fijate que el resultado no dió en cm ni en metros. La tangente de un ángulo es siempre un **número sin unidades**.

PENDIENTE DE UNA RECTA

La pendiente de una recta es una cosa parecida a la tg de un ángulo. Pero la pendiente no es un número. Tiene unidades. Hallar el valor de la pendiente de una recta significa hacer la división entre **la cantidad que está representando** el cateto opuesto y **la cantidad que está representando** el cateto adyacente.

Veamos: supongamos que tengo la siguiente recta que proviene de la representación de la posición en función del tiempo para una cosa que se viene moviendo con MRU:



Para el ángulo alfa que yo dibujé, el cateto opuesto MIDE unos 1,8 cm si lo mido con una regla en la hoja. Pero REPRESENTA 160 m. De la misma manera, el cateto adyacente MIDE unos 3,8 cm; pero REPRESENTA 8 seg. De manera que el valor de la pendiente de la recta va a ser:

$$\text{pendiente} = \frac{160\ \text{m}}{8\ \text{s}} \Rightarrow \text{pendiente} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso:

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Valor que representa el Cat. Op.}}{\text{Valor que representa el Cat.Ady.}} \longleftarrow \text{Pendiente de una recta}$$

Repito. Fijate que la pendiente no es sólo un número, sino que tiene unidades. En este caso esas unidades me dieron en metros por segundo. La pendiente puede darte en otras unidades también. Eso depende de qué estés graficando en función de qué.

LA PENDIENTE DE LA RECTA EN EL GRÁFICO X=f(t) ES LA VELOCIDAD

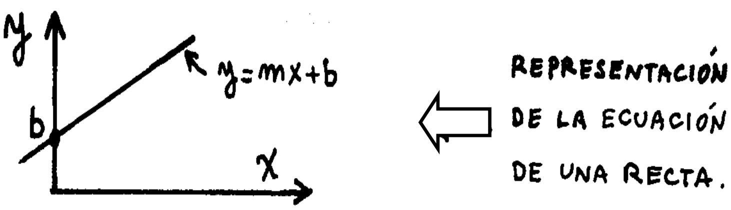
No es casualidad que la pendiente del gráfico anterior haya dado justo en unidades de velocidad. La pendiente de la recta en el gráfico posición en función del tiempo **SIEMPRE** te va a dar la velocidad del movimiento.

¿ Por qué ?

Rta: Porque al hacer la cuenta "opuesto sobre adyacente" lo que estás haciendo es $\Delta x/\Delta t$, y esto es justamente la velocidad (Atenti).

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS ECUACIONES HORARIAS (Ver)

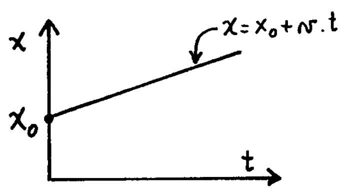
En cinemática se usan todo el tiempo 3 gráficos muy importantes que son los de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Cada gráfico es la representación de una de las ecuaciones horarias. Quiero que te acuerdes primero cómo se representaba una recta en matemática. La ecuación de la recta tenía la forma y = m.x + b. **Eme** era la pendiente y **Be** era la ordenada al origen (= el lugar donde la recta corta al eje vertical). Por ejemplo la ecuación de una recta podría ser y = 3 x + 4.



Si tomo la 1[ra] ecuación horaria con $t_0 = 0$ (Que es lo que en general suele hacerse), me queda $x = x_0 + v \cdot t$. Ahora fijate esta comparación:

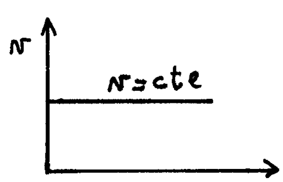
$$\begin{array}{ccccccc} y & = & m & x & + & b \\ \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ X & = & v & t & + & X_0 \end{array}$$

Veo que la ecuación de X en función del tiempo en el MRU también es una recta en donde **la velocidad es la pendiente** y **X_0 es el lugar donde la recta corta el eje vertical.** Para cada ecuación horaria puedo hacer lo mismo y entonces voy a tener 3 lindos gráficos, uno para cada ecuación. Los tres tristes gráficos del MRU quedan así:

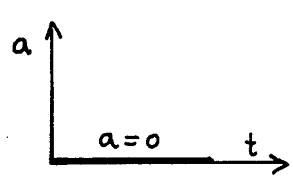


POSICIÓN en función del tiempo (Muestra que ***x*** aumenta linealmente con **t**)

LOS 3 GRÁFICOS DEL MRU (IMPORTANTES)



VELOCIDAD en función del tiempo (Muestra que **v** se mantiene constante).



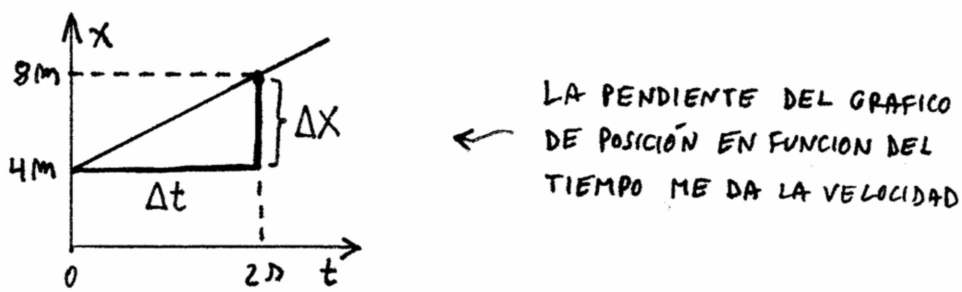
ACELERACIÓN en función del tiempo. Muestra que la **a** es cero todo el tiempo.

ANALISIS DE LAS PENDIENTES Y LAS AREAS DE LOS GRAFICOS DEL MRU

Los 3 gráficos del MRU son la representación de las ecuaciones horarias. Fijate que en algunos de estos gráficos, el área y la pendiente tienen un significado especial.

LA PENDIENDIENTE DEL GRAFICO DE POSICIÓN ES LA VELOCIDAD

El grafico de posición en función del tiempo ya lo analicé antes. La pendiente de ese gráfico me da la velocidad. Quiero que lo veas de nuevo con más detalle porque es importante. Fijate. Agarro un gráfico cualquiera de un auto que se mueve con MRU. Por ejemplo, supongamos que es este:



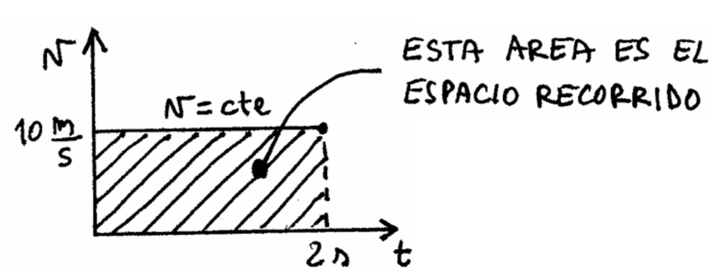
Este gráfico me dice que el auto salió de la posición inicial x = 4 m y llegó a la posición final x = 8 m después de 2 segundos. Quiere decir que el tipo recorrió 4 m en 2 seg. Entonces su velocidad es de 2 m/s. Esto mismo se puede ver analizando la pendiente del gráfico. Fijate que el cateto adyacente es el tiempo transcurrido Δt. El cateto opuesto es el espacio recorrido Δx. Entonces, si calculo la pendiente tengo :

$$Pend = \frac{op}{ady} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$Pend = \frac{8\,m - 4\,m}{2\,s - 0\,s} = 2\,\frac{m}{s}$$

EL AREA DEL GRAFICO DE VELOCIDAD ES EL ESPACIO RECORRIDO

Supongamos que un auto se mueve con velocidad 10 m/s. Su gráfico de velocidad sería así:



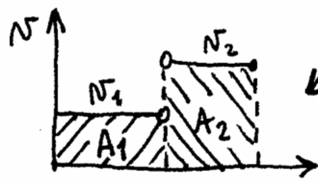
Fijate que al ir a 10 m/s, en 2 segundos el tipo recorre 20 m .

Esto mismo lo puedo calcular si miro la superficie del gráfico. Fijate qué pasa si hago la cuenta para el área que marqué:

$$\text{Area}_{\square} = \text{Base} \times \text{Altura}$$

$$\Rightarrow \text{Area} = 2\,s \times 10\,\frac{m}{s} = \underline{20\,m} \leftarrow \text{ESTO ES } \Delta X$$

A veces es más fácil sacar las velocidades y los espacios recorridos calculando pendientes y áreas que haciendo las cuentas con las ecuaciones. Por ejemplo, fijate el caso de una persona que va primero con una velocidad v_1 y después con otra velocidad v_2:



$$\Delta X_{TOT} = A_1 + A_2$$

Para calcular la distancia total que recorrió directamente saco las áreas A_1 y A_2 del gráfico de velocidad.

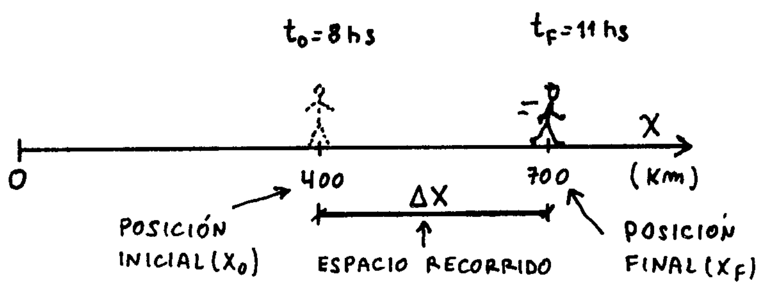
<u>PREGUNTA</u>: Yo analicé solamente la pendiente del gráfico de posición y el área del gráfico de velocidad. Pero también se pueden analizar pendientes y áreas para los otros gráficos. Por ejemplo. ¿ Qué significa la pendiente del gráfico de velocidad ? ¿ Qué significa el área del gráfico de aceleración ? (Pensalo)
Estos conceptos de pendientes y áreas son importantes. Necesito que los entiendas bien porque después los voy a volver a usar en MRUV.

<u>UN EJEMPLO DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME</u>

Un señor sale de la posición $X_0 = 400$ Km a las 8 hs y llega a $X_f = 700$ Km a las 11 hs. Viaja en línea recta y con v = cte. Se pide:

a)- Calcular con qué velocidad se movió.(En Km/h y en m/s)
b)- Escribir las 3 ecuaciones horarias y verificarlas.
c)- Calcular la posición a las 9 hs y a las 10 hs.
d)- Dibujar los gráficos de x = f(t), v = v(t) y a = a(t).

Lo que tengo es esto :



a) - Calculo con qué velocidad se movió. V era $\Delta x / \Delta t$, entonces: $v = \dfrac{x - x_0}{t - t_0}$

$$v = \frac{700\ \text{Km} - 400\ \text{Km}}{11\ \text{hs} - 8\ \text{hs}}$$

$$v = \frac{300\ \text{Km}}{3\ \text{hs}}$$

$$\mathbf{V = 100\ Km/h}$$ ⇦ Velocidad del tipo

Para pasar 100 Km/h a m/s uso el siguiente truco: (recordalo por favor). A la palabra "Km" la reemplazo por 1.000 m y a la palabra "hora" la reemplazo por 3600 seg. Entonces :

$$100\ \frac{Km}{h} = 100.\frac{1000\ m}{3600\ seg}$$

$$\Rightarrow \quad 100\ \frac{Km}{h} = \frac{100\ m}{3{,}6\ seg}$$

Fijate en este " tres coma seis". De acá saco una regla que voy a usar :

Para pasar de Km/h a m/s hay que <u>dividir</u> por 3,6.Para pasar de m/s a Km/h hay que <u>multiplicar</u> por 3,6.

← Regla para pasar de Km/h a m/s y viceveversa

Si no te acordás de esta regla, no es terrible. Lo deducís usando el mismo truco que usé yo y listo. (O sea, 1 Km son mil metros, 1 hora son 3.600 segundos, etc).

b) - Escribir las 3 ec. horarias y verificarlas.
Bueno, en el movimiento rectilíneo y uniforme las ecuaciones horarias eran:

$$\begin{cases} x = x_0 + v.(t - t_0) \\ v = Cte \\ a = 0 \end{cases}$$

En este caso reemplazo por los datos y me queda:

$$\begin{cases} x = 400\ \text{Km} + 100\ \dfrac{\text{Km}}{\text{h}}(t - 8\ \text{hs}) \\ v = 100\ \text{Km/h} = \text{constante} \\ a = 0 \end{cases}$$

Verificar las ecuaciones horarias significa comprobar que están bien planteadas. Bueno, con la 2da y la 3ra ($V = 100\ Km/h$, y $a = 0$) no tengo problema. Sé que el movimiento es rectilíneo y uniforme de manera que la velocidad me tiene que dar constante y la aceleración cero. (➔ Están bien).

Vamos a la verificación de la 1ra ecuación.
Si esta ecuación estuviera bien planteada, reemplazando t por 8 hs (= t_0), la posición me tendría que dar 400 Km (= x_0). Veamos si da:

$$x = 400 Km + 100\ Km/h\,(t - 8\,hs)$$

$$x = 400 Km + 100\ Km/h\,\underbrace{(8hs - 8hs)}_{0}$$

➔ <u>X = 400 Km</u> (Dió bien).

Vamos ahora a la posición final. Para t = 11 hs la posición me tiene que dar x = 700 Km. Otra vez reemplazo t_{cero} por 11 hs. Hago la cuenta a ver que da.

$$X = 400\ Km + 100\ Km/h\ (t - 8\ hs)$$

$$X = 400\ Km + 100\ Km/h\ (11\ hs - 8\ hs)$$

➔ <u>X = 700 Km</u> (Dió bien).

c)- Calcular la posición a las 9 hs y a las 10 hs.
Hago lo mismo que lo que hice recién, pero reemplazando t por 9 hs y por 10 hs:

$$x = 400\ Km + 100\ \frac{Km}{h}\,(\underbrace{9\ hs - 8\ hs}_{1h})$$

$$\Rightarrow x_{(9hs)} = 500\ Km \quad \leftarrow \text{ Posición a las 9 hs.}$$

Para t = 10 hs :

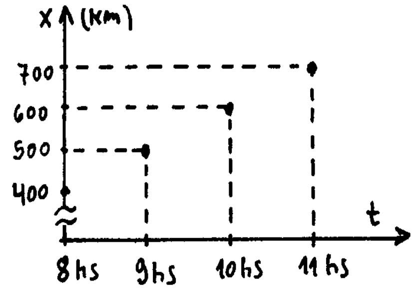
$$x_{(10hs)} = 400\ Km + 100\ \frac{Km}{h}\,(\underbrace{10\ hs - 8\ hs}_{2hs})$$

$$\Rightarrow x_{(10hs)} = 600\ Km \quad \leftarrow \text{ Posición a las 10 hs}$$

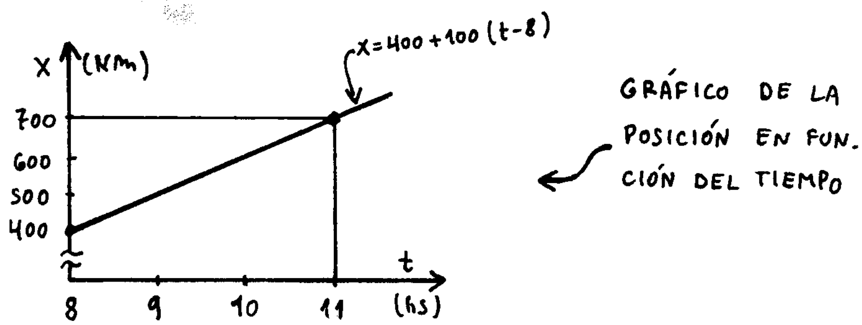
d) - Dibujar los gráficos $x = x_{(t)}$, $v = v_{(t)}$ y $a = a_{(t)}$.

El gráfico más complicado de hacer es el de posición en función del tiempo. Con lo que calculé antes puedo armar una tabla y represento estos puntos en el gráfico **x-t** :

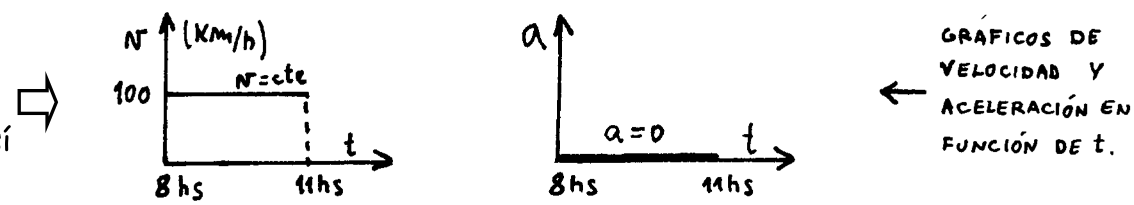
X (Km)	t (hs)
400 Km	8 hs
500 Km	9 hs
600 Km	10 hs
700 Km	11 hs



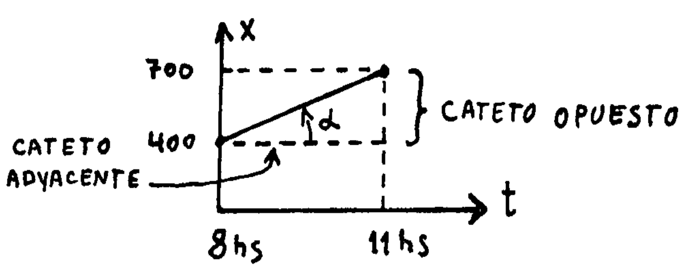
En realidad no hacia falta tomar tantos puntos. Con 2 hubiera sido suficiente (Porque es una recta). Finalmente el gráfico posición en función del tiempo X (t) queda así :



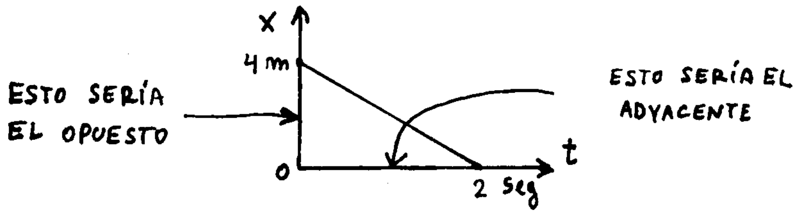
Los otros 2 gráficos quedarían así



Por último me gustaría verificar que la pendiente del gráfico de posición en función del tiempo es la velocidad del movimiento. Veamos si verifica :



Fijate bien cómo consideré los catetos opuesto y adyacente. Siempre el cateto opuesto tiene que ser el espacio recorrido (Δx) y siempre el cateto adyacente tiene que ser el tiempo empleado (Δt). Por ejemplo, si la recta estuviera yendo para abajo en vez de para arriba :



Este sería el caso de una cosa que tiene velocidad negativa. (= está yendo para atrás).
Para la verificación de la pendiente hago esto:

$$\text{pendiente} = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\text{pend.} = \frac{700\text{Km} - 400\text{Km}}{11\text{hs} - 8\text{hs}}$$

$$\text{pend.} = 100\,\text{Km/h} \qquad \leftarrow \text{Dio bien.}$$

<u>VELOCIDAD MEDIA</u> (Importante)

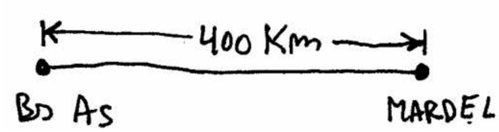
Cuando uno viaja, no va todo el tiempo a la misma velocidad. Va más rápido, más despacio, frena, para a tomar mate y demás. Entonces no se puede hablar de "velocidad" porque V no es constante. Para tener una idea de la rapidez del movimiento, lo que se hace es trabajar con la <u>**VELOCIDAD MEDIA**</u>. Si un tipo va de un lugar a otro pero <u>no viaja con velocidad constante</u>, su velocidad media se calcula así:

$$\boxed{v_{\text{MEDIA}} = \frac{\text{DISTANCIA TOTAL RECORIDA}}{\text{TIEMPO TOTAL EMPLEADO}}} \quad \leftarrow \text{VELOCIDAD MEDIA}$$

¿ Para qué se calcula la velocidad media ? ¿ Qué significa calcular la velocidad media ?
<u>Rta</u>: La velocidad media es la velocidad <u>**CONSTANTE**</u> que tendría que tener el móvil para recorrer la misma distancia en el mismo tiempo. Vamos a un ejemplo:

UN SEÑOR VA DE BUENOS AIRES A MAR DEL PLATA (D = 400 KM). LOS 1ros 300 Km LOS RECORRE EN 3 hs Y MEDIA. DESPUÉS SE DETIENE A DESCANSAR MEDIA HORA Y POR ÚLTIMO RECORRE LOS ÚLTIMOS 100 Km EN 1 HORA. CALCULAR SU VELOCIDAD MEDIA. HACER LOS GRÁFICOS DE POSICIÓN Y VELOCIDAD EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

Hagamos un dibujito

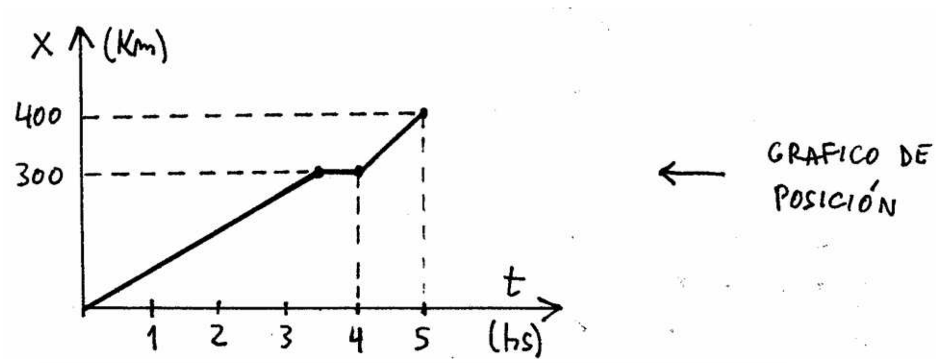


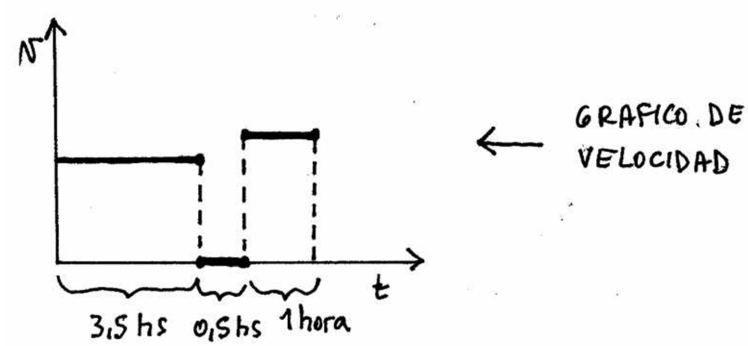
La distancia total recorrida es 400 km. El tiempo total que tardó va a ser 3,5 hs + 0,5 hs + 1 h. Entonces su velocidad media va a ser:

$$v_M = \frac{400\ Km}{3{,}5\ hs + 0{,}5\ hs + 1\ h}$$

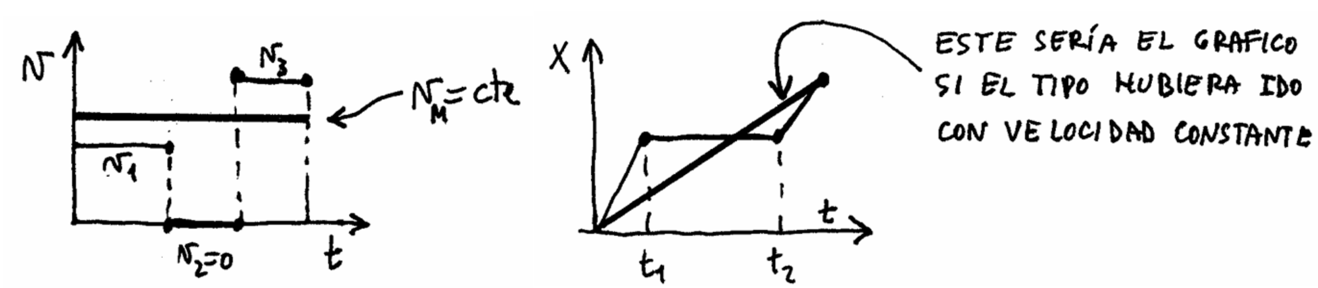
$$\Rightarrow \boxed{v_M = 80\ \frac{Km}{h}} \leftarrow \text{VELOCIDAD MEDIA}$$

Si el tipo fuera todo el tiempo a 80 km/h, llegaría a Mar del Plata en 5 hs. Podés ver también este significado mirando los gráficos de posición y velocidad.





Ahora fijate el significado hacer los graficos con la velocidad media:

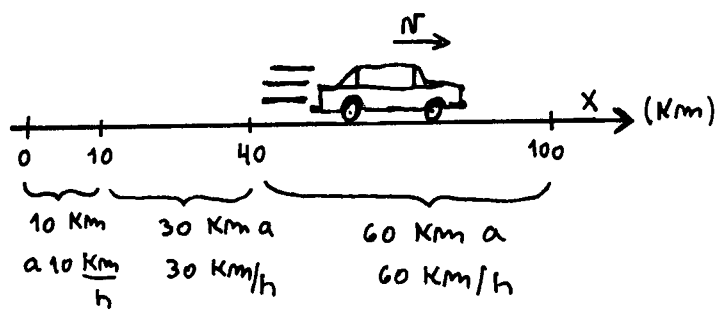


OTRO EJEMPLO DE VELOCIDAD MEDIA

Un señor tiene que recorrer un camino que tiene 100 Km. Los primeros 10 Km los recorre a 10 Km/h. Después recorre 30 Km a 30 Km por hora. Y, por último, recorre los 60 Km finales a 60 Km/h.

a)- ¿ Qué tiempo tardó en recorrer los 100 Km ?
b)- ¿ A qué velocidad constante tendría que haber ido para recorrer los 100 Km en el mismo tiempo ?
c)- Dibujar los gráficos: x(t),v(t) y a(t).

Hago un esquema de lo que plantea el problema:



Me fijo que tiempo tardó en recorrer cada tramo. Como V era $\Delta x / \Delta t$, entonces $\Delta t = \Delta x / v$. Entonces calculo el tiempo que tardó en cada tramo :

$$\Delta t_1 = \frac{10\ \text{Km}}{10\ \text{Km/h}} = 1\ \text{h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{30\ \text{Km}}{30\ \text{Km/h}} = 1\ \text{h}$$

$$\Delta t_3 = \frac{60\ \text{Km}}{60\ \text{Km/h}} = 1\ \text{h}$$

El tiempo total que va a tardar va a ser la suma de estos 3 tiempos. Es decir:

$$\Delta t_{total} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Delta t_{total} = 3\ \text{hs.}$$

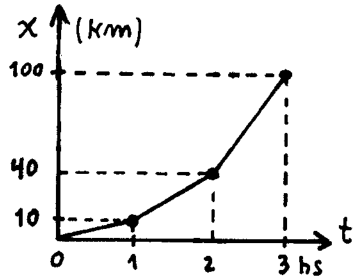
Por lo tanto tarda 3 hs en recorrer los 100 Km.

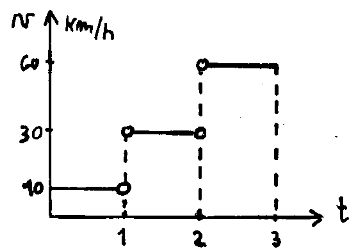
b) La velocidad constante a la que tuvo que haber ido para recorrer la misma distancia en el mismo tiempo es justamente la **velocidad media**. Entonces:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{100\ \text{Km}}{3\ \text{hs}}$$

➔ v_M = 33,33 Km/h ← Velocidad media

c) Fijate como dan los gráficos:

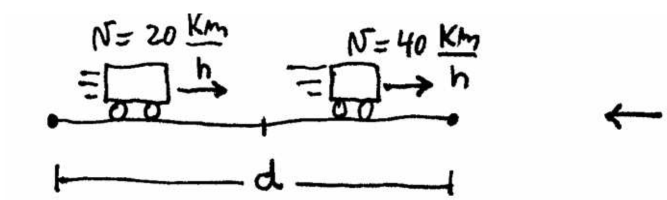




Lo que quiero que veas es cómo en el primer gráfico las rectas se van inclinando más y más hacia arriba a medida que aumenta la velocidad. Más aumenta la velocidad, más aumenta la pendiente. Esto no es casualidad. La pendiente de la recta en el gráfico x (t) es justamente la velocidad. Por eso, al aumentar la velocidad, aumenta la inclinación. Esto es algo importante que tenés que saber.
Otra cosa: Fijate que la velocidad media **NO ES** el promedio de las velocidades.

PROBLEMA PARA PENSAR

UN AUTO RECORRE LA MITAD DE UN CAMINO A 20 km/h Y LA OTRA MITAD A 40 km/h. ¿ CUÁL ES SU VELOCIDAD MEDIA ?



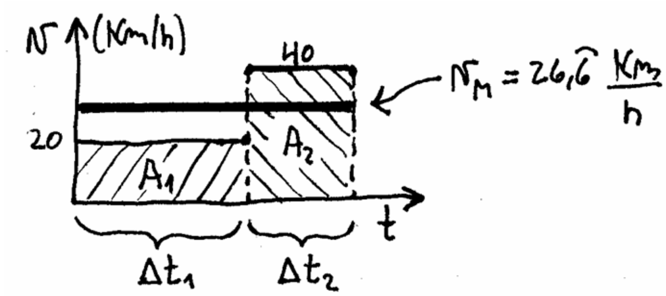
← RECORRE CADA MITAD DEL CAMINO A DISTINTA VELOCIDAD

Rta: V_M = 26,66 Km/h

Otra vez : Fijate que la velocidad media **NO ES** el promedio de las velocidades.
Pregunta: ¿ Por qué la velocidad media dio más cerca de 20 km/h que de 40 km/h ?

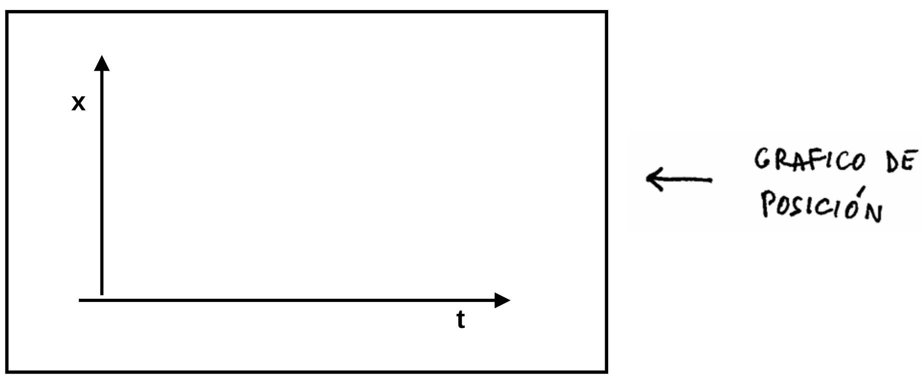
Ayudita: En este problema la distancia total no es dato. En realidad esa distancia no se necesita para resolver el problema. Entonces, como no la conocés, llamala " **d** ". (Cada mitad será d/2). Hacé las cuentas trabajando con letras y vas a ver que da.
Ayudita 2 : La velocidad media no depende de cuál sea el valor de la distancia **d**. Si el problema no te sale trabajando con letras, dale un valor cualquiera a **d**. Por ejemplo, 100 km. Calculá el tiempo que tardó en recorrer cada mitad (= 50 km) y calculá la velocidad media.

Fijate como dá el gráfico de velocidad hecho en forma cualitativa. Notá que Δt_1 no vale lo mismo que Δt_2.



Si pensás un poco, te vas a dar cuenta de que el area debajo de la raya gruesa va a dar el espacio total recorrido. Y esa área tendrá que ser igual a la suma de las áreas A_1 y A_2 .

Pregunta: ¿ serías capáz de hacer el gráfico de posición en función del tiempo ? Tomá, acá te dejo el lugar para que lo pongas.



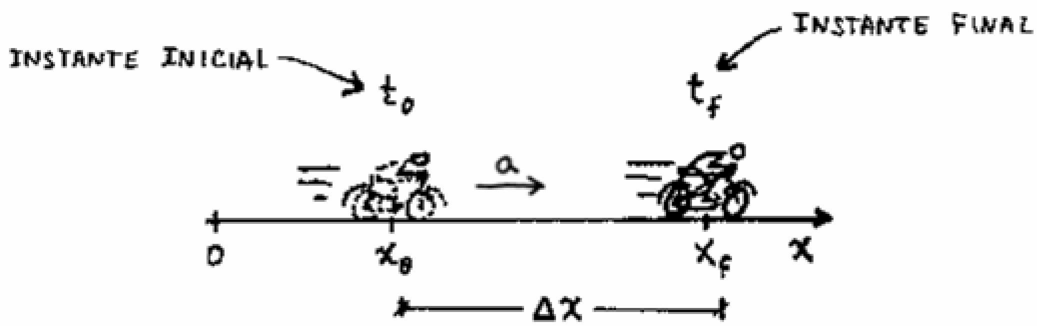
NOTA SOBRE MRU :

El tema de MRU no es muy tomado en los parciales. A veces aparece algún problema de velocidad media. Pero no mucho más que eso. Sin embargo, hay que saber MRU para entender toooooodo lo que sigue. Si te parece que no entendés Movimiento variado o Caída Libre o Tiro Vertical, atención, es probable que el problema esté en que no captaste del todo MRU.

Fin Movimiento Rectilíneo y Uniforme

MRUV

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO



$$\boxed{a = \frac{V_F - V_0}{t_F - t_0}}$$ ← FORMULA PARA CALCULAR LA ACELERACION EN EL MRUV.

1ra: POSICIÓN: $x_f = x_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

2da: VELOCIDAD: $V_f = V_0 + a t$

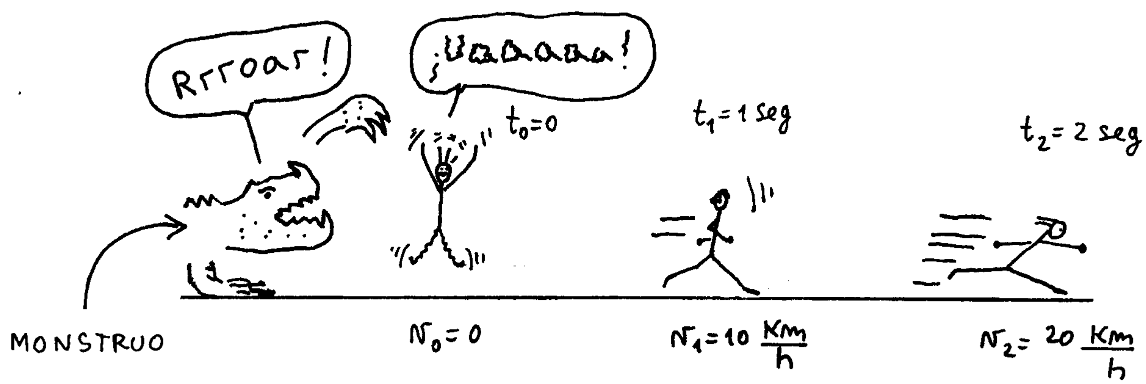
3ra: ACELERACIÓN: $a = cte$

← ECUACIONES HORARIAS

$$\boxed{V_f^2 - V_0^2 = 2a\,(x_f - x_0)}$$ ← Ecuación complementaria

MRUV - **MOVIMIENTO RECTLÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO**

Suponé un coche que está quieto y arranca. Cada vez se mueve más rápido. Primero se mueve a 10 por hora, después a 20 por hora, después a 30 por hora y así siguiendo. Su velocidad va cambiando (varía). Esto vendría a ser un movimiento variado.
Entonces, Pregunta: ¿ Cuándo tengo un movimiento variado ?
Rta: cuando la velocidad cambia. (O sea, varía).
Ahora, ellos dicen que un movimiento es **UNIFORMEMENTE** variado si la velocidad **cambia lo mismo en cada segundo que pasa**. Mirá el dibujito :



Cuando el tipo ve al monstruo se pone a correr. Después de 1 segundo su velocidad es de 10 Km/h y después de 2 segundos es de 20 Km/h. Su velocidad está aumentando, de manera **uniforme**, a razón de 10 Km/h por cada segundo que pasa. Digo entonces que el movimiento del tipo es uniformemente variado aumentando Δv = 10 Km/h en cada Δt = 1 segundo.
Atención, aclaro: en física, la palabra uniforme significa "Siempre igual, siempre lo mismo, siempre de la misma manera ".

ACELERACIÓN (Atento)

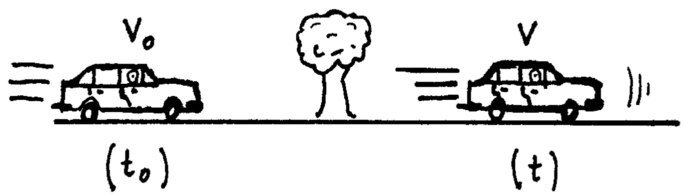
El concepto de aceleración es muy importante. Es la base para poder entender bien - bien MRUV y también otras cosas como caída libre y tiro vertical. Entender lo que es la aceleración no es difícil. Ya tenés una idea del asunto porque la palabra aceleración también se usa en la vida diaria. De todas maneras lee con atención lo que sigue y lo vas a entender mejor. Fijate.

En el ejemplo del monstruo malvado que asusta al señor, el tipo pasa de 0 á 10 Km/h en 1 seg. Pero podría haber pasado de 0 á 10 Km/h en un año. En ese caso estaría acelerando más despacio. Digo entonces que la aceleración es la rapidez con que está cambiando la velocidad.

Más rápido aumenta (o disminuye) la velocidad, mayor es la aceleración. Digamos que la aceleración vendría a ser una medida de la "**brusquedad**" del cambio de velocidad. Si lo pensás un rato, vas a llegar a la conclusión de que para tener algo que me indique qué tan rápido está cambiando la velocidad, tengo que dividir ese cambio de velocidad Δv por el tiempo Δt que tardó en producirse. Es decir:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ ⇦ **Definición de aceleración**

Suponé un auto que tiene una velocidad V_0 en t_0 y otra velocidad V_f al tiempo t_f :



Para sacar la aceleración hago :

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$ ⇦ **Así se calcula la aceleración**

Una cosa. Fijate por favor que cuando en física se habla de aceleración, hablamos de aumentar **o disminuir** la velocidad. Lo que importa es que la velocidad **CAMBIE**. (Varíe). Para la física, un auto que está frenando tiene aceleración. Atención porque en la vida diaria no se usa así la palabra aceleración. Por eso algunos chicos se confunden y dicen: Pará, pará, hermano. ¿ Cómo puede estar acelerando un auto que va cada vez más despacio ?! Vamos a un ejemplo.

EJEMPLO DE MRUV

Un coche que se mueve con MRUV tiene en un determinado momento una velocidad de 30 m/s y 10 segundos después una velocidad de 40 m/s. Calcular su aceleración.

Para calcular lo que me piden aplico la definición anterior : $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$.
Entonces :

$$a = \frac{40\ m/s - 30\ m/s}{10\ seg}.$$

➔ a = 1 m/seg

Fijate que el resultado dio en m/s^2. Estas son las unidades de la aceleración: "metro dividido segundo dividido segundo". Siempre se suelen poner las unidades de la aceleración en m/s^2. Pero también se puede usar cualquier otra unidad de longitud dividida por una unidad de tiempo al cuadrado (como Km/h^2).
Ahora, pregunta: ¿ Qué significa esto de "$1\ m/s^2$" ?
<u>Rta</u>: Bueno, $1\ m/s^2$ lo puedo escribir como:

$$\frac{1m/s\}}{1s\}} \quad \begin{matrix}\text{Variación de velocidad.}\\[1ex] \text{Intervalo de tiempo.}\end{matrix}$$

Esto de " 1 m/seg dividido 1 segundo " se lee así: La aceleración de este coche es tal que su velocidad aumenta 1 metro por segundo, <u>en cada segundo que pasa</u> (Atención)
Un esquema de la situación sería éste:

De acá quiero que veas algo importante: Al tener una idea de lo que es la aceleración puedo decir esto (Importante) : La característica del movimiento uniformemente variado es justamente que tiene <u>**aceleración constante**</u>. Otra manera de decir lo mismo (y esto se ve en el dibujito) es decir que en el MRUV la velocidad aumenta todo el tiempo (o disminuye todo el tiempo). Y que ese aumento (o disminución) de velocidad es <u>**LINEAL CON EL TIEMPO**</u>.

Fin del ejemplo

<u>SIGNO DE LA ACELERACIÓN</u>:

La aceleración que tiene un objeto puede Ser (**+**) o (**–**). Esto depende de 2 cosas:

1 – De si el tipo se está moviendo cada vez más rápido o cada vez más despacio.
2 – De si se está moviendo en el mismo sentido del eje **x** o al revés. (Ojaldre !)

La regla para saber el signo de la aceleración es esta:

<u>**LA ACELERACIÓN ES POSITIVA CUANDO EL VECTOR ACELE-RACIÓN APUNTA EN EL MISMO SENTIDO QUE EL EJE EQUIS**</u>

Si el vector aceleración apunta al revés del eje equis, va a ser negativa. La cosa es que esto nunca se entiende bien y la gente suele decir: Bueno, no es tan difícil. Si el tipo va cada vez más rápido, su aceleración es positiva y si va cada vez más despacio, su aceleración es negativa.
Hummmmm.... ¡ Cuidado ! Esto vale solamente si el tipo se mueve en el sentido positivo del eje **x**. Si el tipo va para el otro lado, los signos son exactamente al revés. No lo tomes a mal. Esto de los signos no lo inventé yo . Todo el asunto sale de reemplazar los valores de las velocidades en la ecuación:

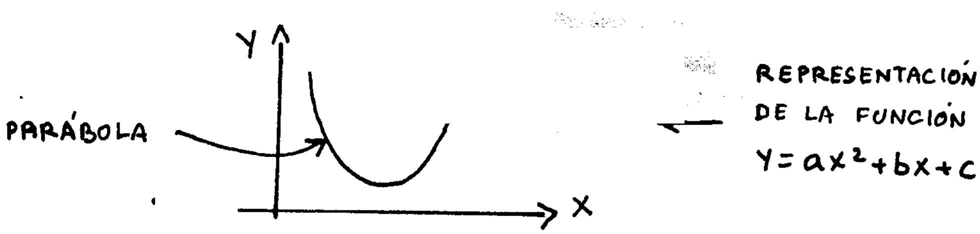
$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}.$$

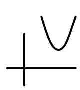
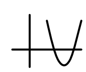
MATEMÁTICA: ECUACIÓN DE UNA PARÁBOLA

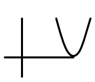
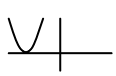
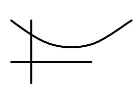
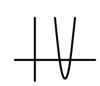
En matemática, una parábola se representaba por la siguiente ecuación:

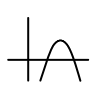
$$y = a.x^2 + b.x + c \qquad \leftarrow \text{ECUACION DE UNA PARABOLA.}$$

Por ejemplo, una parábola podría ser : $Y = 4\ x^2 + 2x - 8$. Dándole valores a x voy obteniendo los valores de **Y**. Así puedo construir una tabla. Representando estos valores en un par de ejes **x-y** voy obteniendo los puntos de la parábola. Eso puede dar una cosa así:



La parábola puede dar más arriba:  , más abajo  ,más a la derecha:

 , más a la izquierda:  , más abierta:  más cerrada: 

Puede incluso dar para a bajo: 

Una parábola puede dar cualquier cosa, dependiendo de los valores de a, b y c. Pero siempre tendrá forma de parábola. Atento con esto ! Las parábolas aparecen mucho en los problemas de MRUV. Es un poco largo de explicar. Pero en realidad, resolver un problema de MRUV es resolver la ecuación de una parábola. (Una ecuación cuadrática, en realidad)

Solución de una ecuación cuadrática

Se supone que esto también tuviste que haberlo visto en matemática. Por las dudas lo pongo, lo repasás un minuto y te quedás tranquilo. Una ecuación cuadrática es la ecuación de una parábola igualada a CERO. O sea, una ecuación del tipo:

$$a X^2 + b X + C = 0 \quad \Leftarrow \quad \text{ECUACION CUADRATICA}$$

Por ejemplo : $X^2 - 6 X + 8 = 0$. Lo que uno siempre busca son los valores de equis tales que reemplazados en $X^2 - 6 X + 8$ hagan que todo el choclo dé 0 (Cero). Esos valores se llaman **soluciones de la ecuación** o **raíces ecuación.** En este caso, esos valores son 2 y 4.

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \leftarrow \quad \text{Son las raíces de la ecuación } x^2 - 6x + 8 = 0$$

Una ecuación cuadrática puede tener 2 soluciones (como en este caso); una sola solución (las dos raíces son iguales), o ninguna solución (raíces imaginarias). Para calcular las raíces de la ecuación cuadrática se usa la siguiente fórmula:

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}} \quad \leftarrow \quad \text{Con esto obtengo las soluciones } x_1 \text{ y } x_2 \text{ de la ec } ax^2 + bx + c = 0$$

Para el ejemplo que puse que era $X^2 - 6 X + 8 = 0$ tengo:

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{6}_{b}x + \underbrace{8}_{c} = 0$$

OJO

Entonces:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{6+2}{2} = 4 \qquad ; \qquad x_2 = \frac{6-2}{2} = 2$$

<u>Nota</u>: Algunas calculadoras tienen ya la fórmula para resolver la ecuación cuadrática metida adentro. Vos ponés los valores de a, b y c. Ella te hace la cuenta y te da los valores de las raíces X_1 y X_2. (Ta güeno)

ECUACIONES HORARIAS Y GRÁFICOS EN EL MRUV (IMPORTANTE)

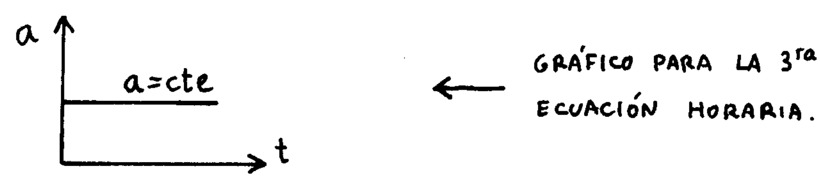
Las ecuaciones horarias son siempre las de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Quiero que veas cómo se representa cada ecuación en el MRUV. Voy a empezar por la 3ra ecuación que es más fácil de entender.

3ª Ecuación horaria ($a = f_{(t)}$)

La característica fundamental de un movimiento uniformemente variado es que la aceleración es constante. En el MRUV la aceleración no cambia. Es siempre igual. Vale siempre lo mismo. Esto puesto en forma matemática sería:

$a = Cte$ ← 3^{ra} Ecuación horaria

El gráfico correspondiente es una recta paralela al eje horizontal. O sea, algo así:



2ª Ecuación horaria ($V = f_{(t)}$)

Otra manera de decir que la aceleración es constante es decir que la velocidad aumenta (o disminuye) linealmente con el tiempo. Esto sale de la definición de aceleración. Fijate. Era:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_0}.$$

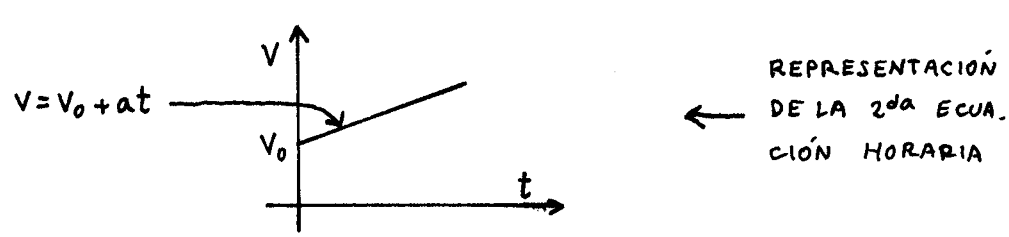
Tonces, si despejo : $V_f - V_0 = a\,(t - t_0)$

$$\Rightarrow \quad V_f = V_0 + a\,(t - t_0)$$

Casi siempre t_{cero} vale cero. Entonces la ecuación de la velocidad queda así:

$$\boxed{V_f = V_0 + a\,.\,t} \longleftarrow 2^{da} \text{ ECUACION HORARIA}$$

Esto es la ecuación de una recta. Tiene la forma y = eme equis + be. ($Y = m\,x + b$). Acá el tiempo cumple la función de la variable equis. La representación es así:



Por ejemplo, una 2[da] ecuación horaria típica podría ser: $V_f = 10\ \frac{m}{s} + 2\ \frac{m}{s}\ t$

El tipo que se mueve siguiendo la ecuación V_f = 10 m/s + 2 m/s.t salió con una velocidad inicial de 10 m/s y tiene una aceleración de 2 m /s ^{2}. Esto lo vas a entender mejor cuando veas algún ejemplo hecho con números y cuando empieces a resolver problemas. (Como siempre). Ahora seguí.

1ra Ecuación horaria ($x = f_{(t)}$)

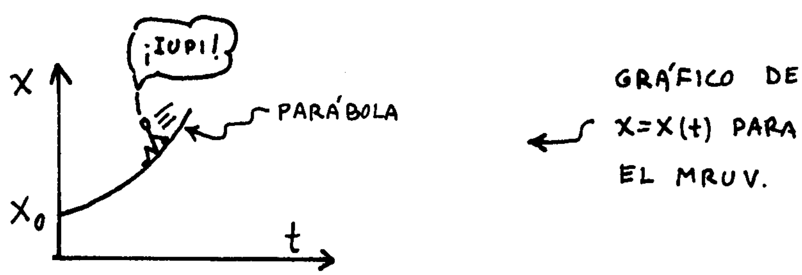
Esta es la ecuación importante y es la que hay que saber bien. La ecuación de la posición en función del tiempo para el movimiento uniformemente variado es ésta:

$$\boxed{X = X_0 + V_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2} \quad \leftarrow \text{ 1}^{\text{ra}} \text{ ECUACION HORARIA.}$$

La deducción de esta ecuación porque es un poco larga. No la voy a poner acá. Puede ser que ellos hagan la demostración en el pizarrón. No sé. De todas maneras en los libros está. Lo que sí quiero que veas es que es la ecuación de una parábola. Fijate:

$$\begin{array}{ccccccccc} x & = & x_0 & + & v_0 . t & + & \underline{\underline{\tfrac{1}{2} a}} & . & t^2 \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ y & = & c & + & b \cdot x & + & a & . & x^2 \end{array} \quad \Leftarrow \text{ VER LA CORRESPONDENCIA DE CADA TERMINO}$$

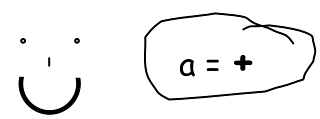
Cada término de la ecuación $X = X_0 + V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$ tiene su equivalente en la expresión $Y = a\, x^2 + b\, x + C$. La representación de la posición en función del tiempo es esta:



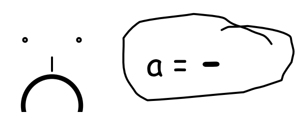
Este dibujito lindo quiere decir muchas cosas. Ellos suelen decirlo así : Este gráfico representa la variación de la posición en función del tiempo para un movimiento uniformemente variado. Este dibujito lindo es la representación gráfica de la función $X = x_0 + V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$. La ecuación nos da nada más ni nada menos que la posición del móvil para cualquier instante t. Esta función es una ecuación cuadrática. (t está al cuadrado). Esto es importante porque me da una característica fundamental del movimiento uniformemente variado. Esa característica es esta:

" EN EL MRUV LA POSICIÓN VARÍA CON EL CUADRADO DEL TIEMPO. X = f $_{(t^2)}$. EQUIS DEPENDE DE t CUADRADO "

Te decía entonces que la representación gráfica de $X = X_0 + V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$ es una parábola. Esta parábola puede dar para la derecha, para la izquierda, muy cerrada, muy abierta.... Eso va a depender de los valores de equis cero, de ve cero y de a. Ahora, el hecho de que la parábola vaya para arriba o para abajo depende **ÚNICAMENTE** del signo de la aceleración. Si a es (**+**), la parábola irá para arriba ($\cup$). Si a es (**-**) , la parábola irá para abajo ($\cap$). Esto podés acordártelo de la siguiente manera:



La parábola positiva
está contenta.



La parábola negativa
está triste.

Conclusión: Hay que ser positivo en la vida ! No. Conclusión: mirá el siguiente ejemplo a ver si lo entendés mejor:

Ejemplo. Supongamos que tengo la siguiente ecuación horaria para algo que se mueve con MRUV :

$$X = 4\,m + 1\frac{m}{s}.t + 2\frac{m}{s^2}.t^2$$

Este sería el caso de algo que salió de la posición inicial 4 m con una velocidad de 1 m/s y una aceleración de **4 m/ s²**. (Ojo, es 4, no 2. Pensalo).
Para saber cómo es el gráfico le voy dando valores a t y voy sacando los valores de x. Es decir, voy haciendo las cuentas y voy armando una tablita.

x [m]	t [seg]
4	0
7	1
14	2

TABLA CON LOS VALORES DE LAS POSICIONES Y LOS TIEMPOS.

Ahora represento esto y me da una cosa así:

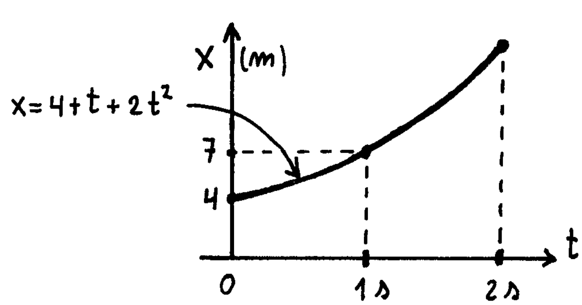
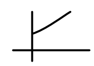


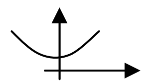
GRÁFICO
X = X (t).

Este gráfico es la representación de la 1ra ecuación horaria. Me gustaría que notaras dos cosas:

1) - La parábola va para arriba ($\cup$) porque <u>a</u> es positiva.

2) - Aunque uno vea sólo un arco así $\longrightarrow$  esto es una parábola.

La parte que falta estaría a la izquierda y no la dibujé. La podría representar si le diera valores negativos a t (como –1 seg, -2 seg, etc). En ese caso el asunto daría así:



Fin Explicación Ec. Horarias

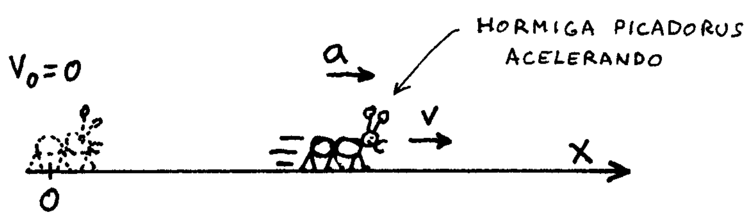
UN EJEMPLO DE MRUV

Una hormiga picadorus sale de la posición X_0 = 0 con velocidad inicial cero y comienza a moverse con aceleración a = 2 m/s² .

a) - Escribir las ecuaciones horarias.

b) - Hacer los gráficos $x_{(t)}$, $v_{(t)}$ y $a_{(t)}$.

Voy a hacer un esquema de lo que pasa y tomo un sistema de referencia:



Las ecuaciones horarias para una cosa que se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente variado son:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \\ a = cte \end{cases} \Longleftarrow$$

ECUACIONES HORARIAS ESCRITAS EN FORMA GENERAL.

x_0 y v_0 valen cero. Reemplazando por los otros datos el asunto queda así:

$$\begin{cases} x = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}\, 2 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 \\ v_f = 0 + 2 \frac{m}{s^2} \cdot t \\ a = 2 \frac{m}{s^2} = cte \end{cases} \leftarrow$$

Ecuaciones horarias para la hormiga

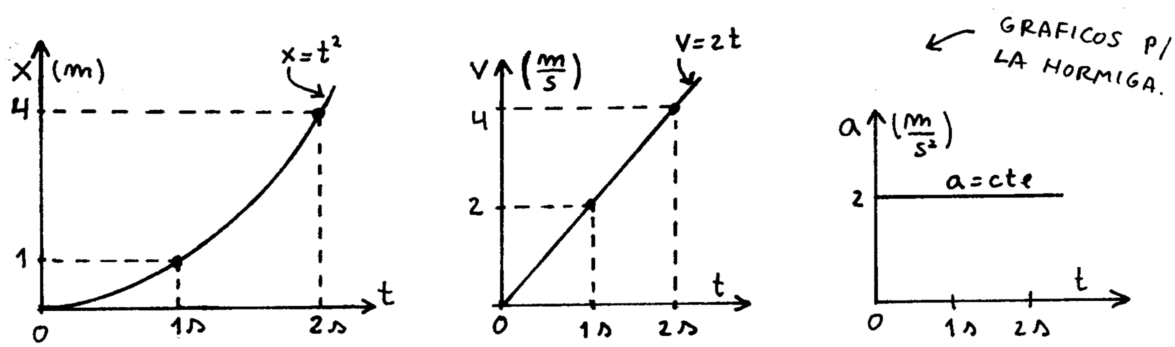
Ahora, dando valores a t voy sacando los valores de equis y de v. Hago esta tabla:

X	t
0	0
1 m	1 s
4 m	2 s

V	t
0	0
2 m/s	1 s
4 m/s	2 s

a	t
2 m/s^2	0
2 m/s^2	1 s
2 m/s^2	2 s

Teniendo la tabla puedo representar las ecuaciones horarias.



Fin del Ejemplo

LA ECUACIÓN COMPLEMENTARIA (← Leer)

Hay una fórmula más que se usa a veces para resolver los problemas. La suelen llamar ecuación complementaria. La fórmula es ésta:

$$\boxed{V_f{}^2 - V_0{}^2 = 2\ a\ (X_f - X_0)} \Leftarrow$$

ECUACION COMPLEMENTARIA

Esta ecuación vendría a ser una mezcla entre la 1ra y la 2da ecuación horaria. La deducción de esta ecuación es un poco larga. Pero te puedo explicar de dónde sale. Seguime. Escribo las 2 primeras ecuaciones horarias. Despejo t de la 2da y lo reemplazo en la 1ra.

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \qquad \Rightarrow \quad t = \dfrac{v_f - v_0}{a} \end{cases}$$

REEMPLAZO

Si vos te tomás el trabajex de reemplazar el choclazo y de hacer todos los pasos que siguen, termina quedándote la famosa ecuación complementaria. Sobre esta ecuación me gustaría que veas algunas cositas.

Primero:

Las ecuaciones horarias se llaman así porque en ellas aparece el tiempo. (El tiempo = la hora). La ecuación complementaria **NO** es una ecuación horaria porque en ella no aparece el tiempo.

Segundo: Esta ecuación no es una nueva fórmula. Es mezcla de las otras dos ecuaciones

Tercero:
Nunca es imprescindible usar la ecuación complementaria para resolver un problema. **Todo** problema de MRUV tiene que poder resolverse usando solamente la 1ª y la 2ª ecuación horaria. Lo que tiene de bueno la expresión $V_f^2 - V_0^2 = 2\ a\ (X_f - X_0)$ es que permite hallar lo que a uno le piden sin calcular el tiempo. Es decir, facilita las cuentas cuando uno tiene que resolver un problema en donde **el tiempo no es dato**.
Resumiendo: La ecuación complementaria ahorra cuentas. Eso es todo.

Ejemplo: **En el problema anterior, calcular la velocidad que tiene la hormiga picadorus después de recorrer 1 m.**

Usando la ecuación complementaria:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,a\,.(x_f - x_0)$$

$$\Rightarrow \quad v_f^2 - 0 = 2\,.\,2\frac{m}{s^2}.(1\,m - 0)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_f = 2\,m/s} \quad \Leftarrow \quad \textbf{VELOCIDAD FINAL}$$

Lo hago ahora sin usar la ecuación complementaria: Escribo las ecuaciones horarias:

$$\text{De la } 2^a \text{ ecuación horaria: } \; v_f = v_0 + a\,.t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{v_f - \overbrace{v_0}^{0}}{a}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{v_f}{2\,m/s} \quad \leftarrow \quad \text{Tiempo que tardó la picadorus en recorrer 1 m}$$

$$\text{La } 1^a \text{ ec. horaria era: } \; x = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\,a \cdot t^2$$

$$\Rightarrow \quad 1m = 0 + 0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot 2\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

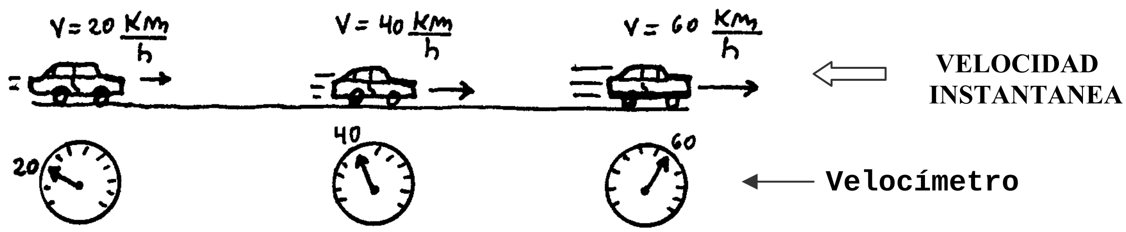
$$\text{Reemplazando t por } \frac{v_f}{2\,m/s^2}: \qquad 1m = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{v_f}{2\,m/s^2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 1m = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{s^4}{m^2} \cdot \frac{{v_f}^2}{4}$$

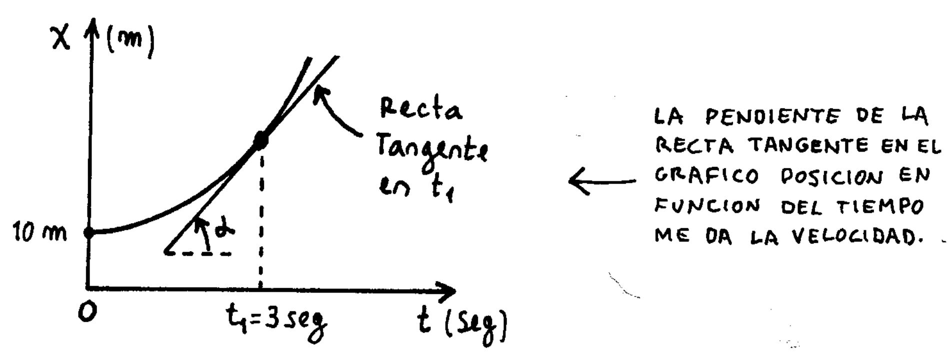
$$\Rightarrow \quad v_f = 2\,m/s \quad \text{(verifica)}$$

VELOCIDAD INSTANTÁNEA EN EL MRUV (leer)

En el movimiento uniformemente variado la velocidad va cambiando todo el tiempo. La velocidad instantánea es la que tiene el tipo justo en un momento determinado. (= en ese instante). El velocímetro de los autos va marcando todo el tiempo la velocidad instantánea.



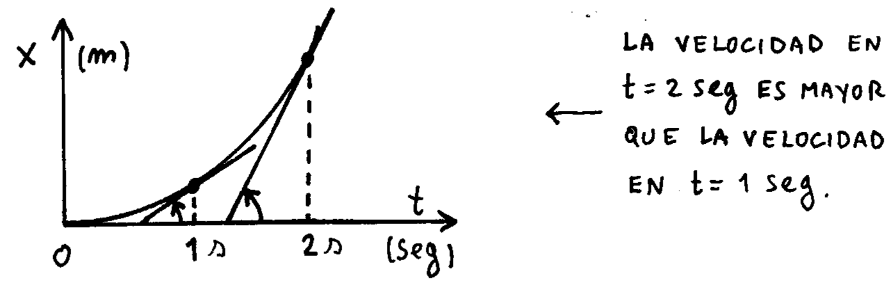
Ahora quiero que le prestes atención a una cuestión importante. Suponé que agarro el gráfico de posición en función del tiempo y trazo la tangente a la parábola en algún lugar. La pendiente de esta recta tangente me va a dar la velocidad instantánea en ese momento. Fijate:



Es decir, yo tengo la parábola. Ahora lo que hago es agarrar una regla y trazar la tangente en algún punto determinado de la curva (por ejemplo en t_1 = 3 seg). Esa recta va a formar un ángulo alfa y va a tener una determinada inclinación. O sea, una determinada pendiente. (Pendiente = inclinación). Midiendo esa pendiente tengo la velocidad instantánea en ese momento (a los 3 segundos).

Es un poco largo de explicar porqué esto es así, pero es así. Se supone que alguna vez tendrían que habértelo explicado en matemática. (Derivada y todo eso).

De este asunto puedo sacar como conclusión que **cuanto mayor sea la inclinación de la recta tangente al gráfico de posición, mayor será la velocidad del tipo en ese momento**. Por favor prestale atención a esta última frase y mirá el siguiente dibujito:

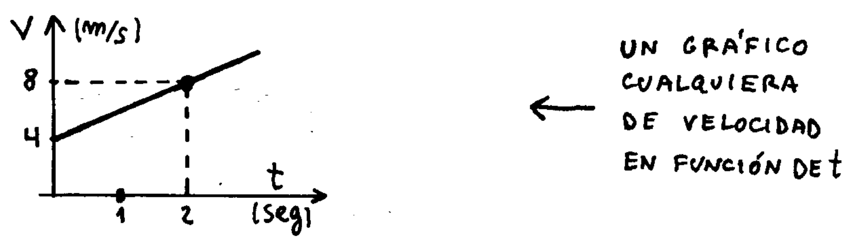


La idea es que entiendas esto:

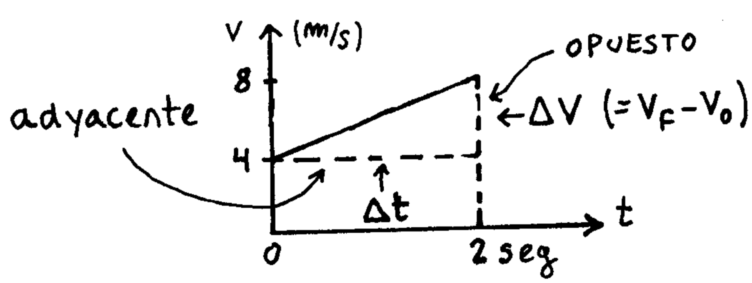
En el gráfico la pendiente de la recta para t = 2 seg es mayor que la pendiente de la recta para t = 1 seg. Esto me dice la que la velocidad a los **2** seg es mayor que la velocidad en 1 seg . Esto es razonable. Este gráfico representa a un tipo que se mueve cada vez más rápido. Todo bien. Ahora, pregunto:...
¿ Cuál será la velocidad del tipo para t = 0 ? (ojo)
Rta: Bueno, ahí la recta tangente es horizontal ( ). Y la pendiente de una recta horizontal es **CERO**. Entonces la velocidad tendrá que ser **cero** .

ANÁLISIS DE LA PENDIENTE y DEL ÁREA DEL GRÁFICO $V = V_{(t)}$

Supongamos que tengo un gráfico cualquiera de velocidad en función del tiempo. Por ejemplo éste:



Este gráfico indica que lo que se está moviendo salió con una velocidad inicial de 4 m/s y está aumentando su velocidad en 2 m/s, por cada segundo que pasa.
Pensemos:
¿ Qué obtengo si calculo la pendiente de la recta del gráfico ?
Rta: Obtengo la aceleración. Esta aceleración sale de mirar el siguiente dibujito:

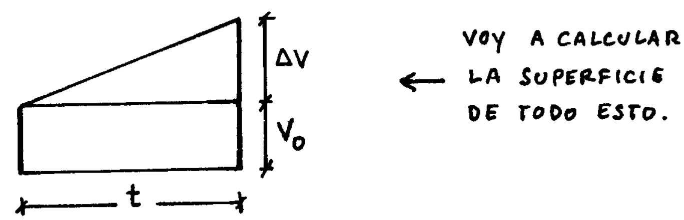


En este caso el opuesto es Δv (la variación de velocidad), y el adyacente es Δt (el intervalo de tiempo). De manera que, hacer la cuenta opuesto sobre adyacente es Hacer la cuenta delta V sobre delta t (Δv / Δt). Y eso es justamente la aceleración ! En este caso en especial daría así:

$$\text{Pend} = \frac{\text{op}}{\text{ady}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8\,\text{m/s} - 4\,\text{m/s}}{2\text{ s} - 0\text{ s}}$$

$$\rightarrow \qquad \text{Pend} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad \leftarrow \text{Aceleración}$$

¿ Y si calculo el **área** que está bajo la recta que obtengo ? Veamos:



A ver si me seguís: El área del coso así ⊿ va a ser la de este ▭ + la de este ⊿.

$$A_{\triangle} = A_{\square} + A_{\triangle} = b \cdot h + \frac{b \cdot h}{2} = v_0 \cdot t + \frac{t \cdot \overbrace{\Delta v}^{\Delta v = a \cdot t}}{2}$$

$$\Rightarrow A_{\triangle} = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\, a \cdot t^2 \qquad \leftarrow \text{Esto es } x - x_0$$

$$A_{\triangle} = \Delta x$$

$$\Rightarrow \qquad A_{\triangle} = \text{Espacio recorrido} \qquad \leftarrow \quad \text{Recordar}$$

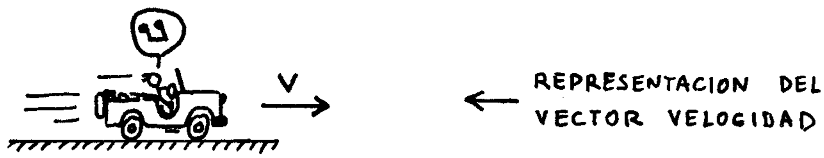
Ahora en el ejemplo que puse antes, el área va a ser:

$$A_{\triangle} = A_{\square} + A_{\triangle} = 2\text{ seg} \cdot 4\,\frac{m}{s} + \frac{2\text{ seg} \cdot (8\text{ m/s} - 4\text{ m/s})}{2}$$

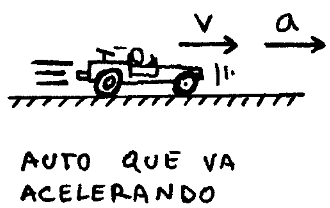
$$\Rightarrow \qquad A_{\triangle} = 12\text{ m} \qquad \leftarrow \qquad \text{Espacio recorrido}$$

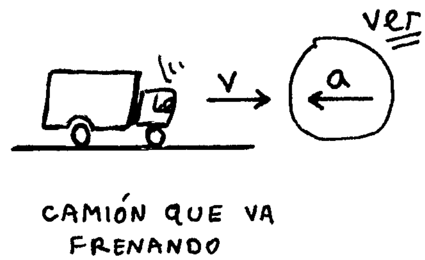
LA VELOCIDAD Y LA ACELERACIÓN SON VECTORES

La velocidad y la aceleración son vectores. ¿ Qué quiere decir esto ?
Rta: Quiere decir que puedo representar la velocidad y la aceleración por una flecha.

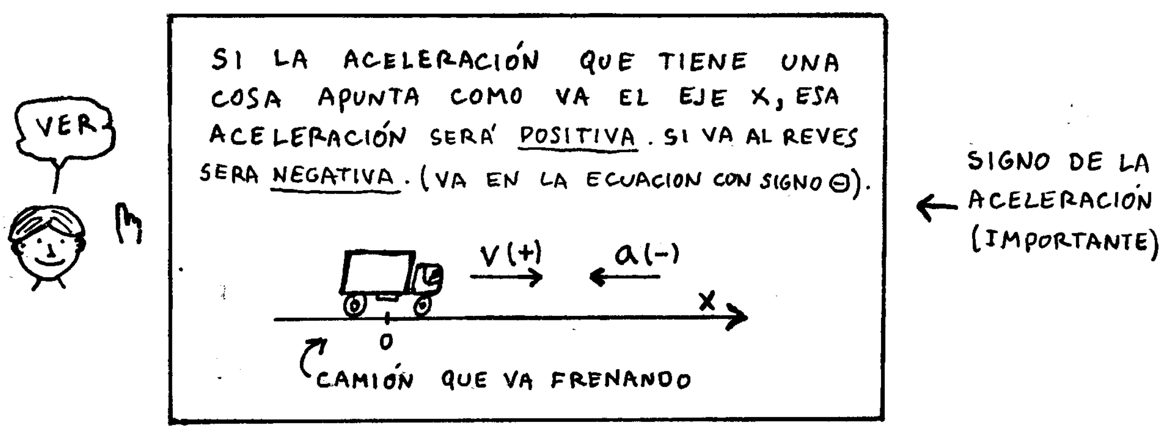


Si por ejemplo, la velocidad va así → , la flecha se pone apuntando así → . La situación del dibujito es el caso de un tipo que se mueve con velocidad constante. Fijate ahora estas otras 2 posibilidades:





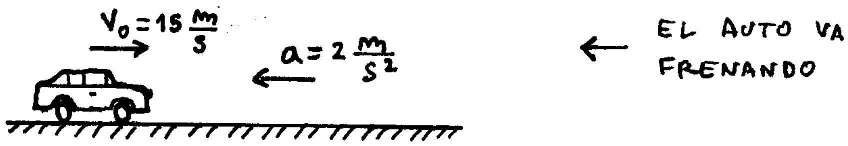
Lo que quiero que veas es que si el auto va para la derecha, la velocidad **siempre** irá para la derecha, pero la aceleración NO. (Es decir, puede que sí, puede que no. Esta cuestión es importante por lo siguiente: si la velocidad que tiene una cosa va en el mismo sentido que el eje x, esa velocidad será (+) . Si va al revés será (-) .
Lo mismo pasa con la aceleración (y acá viene el asunto). Fijate :



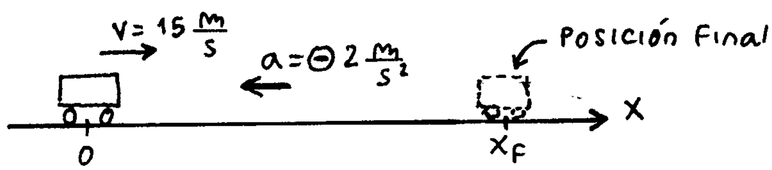
Ejemplo : **Un auto que viene con una velocidad de 54 Km/h frena durante 3 seg con una aceleración de 2m/s².**
¿ Qué distancia recorrió en ese intervalo ?.

Hago un esquema de lo que pasa. El auto viene a 54 por hora y empieza a frenar.

54 km por hora son 15 m/seg. (Dividí por 3,6). El dibujito sería este:



Ahora tomo un sistema de referencia. Lo tomo positivo para allá → . Planteo las ecuaciones horarias. Me queda esto:



$$\begin{cases} x_B = 0 + 15 \dfrac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2}\left(-2 \dfrac{m}{s^2}\right) \cdot t^2 \\ v_B = 15 \dfrac{m}{s} + \left(-2 \dfrac{m}{s^2}\right) \cdot t \qquad \leftarrow \text{Ecuaciones horarias.} \\ a_B = -2 \dfrac{m}{s^2} = cte. \end{cases}$$

En la 1ª ec. horaria reemplazo t por 3 seg y calculo la posición final:

ver

$$x_f = 15 \frac{m}{s} \cdot 3\,seg - 1 \frac{m}{s} \cdot (3seg)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x_f = 36\,m} \qquad \leftarrow \text{Posición final}$$

<u>Conclusión</u>: En los tres segundos el tipo recorre 36 metros. Si yo me hubiera equivocado en el signo de la aceleración y la hubiera puesto positiva, la cosa habría quedado así:

$$x_f = 15 \frac{m}{s} \cdot 3\,seg + 1 \frac{m}{s} \cdot (3seg)^2$$

X_f = 54 m (Nada que ver)

Lo mismo hubiera pasado si hubiera calculado la velocidad final después de los 3 seg:

$$v_f = 15 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s^2} \cdot 3\,seg$$

$$\Rightarrow v_f = 21 \frac{m}{s} \qquad \leftarrow \text{HORROR!}$$

Esto no puede ser. La velocidad final tiene que dar **menor** que la inicial ! (El tipo está frenando). Por eso: ojo con el signo de la aceleración. Si lo ponés mal, toooooodo el problema da mal.

CÓMO RESOLVER PROBLEMAS DE MRUV

Lo 1ro que hay que hacer es un dibujito de lo que el problema plantea y tomar un sistema de referencia. Una vez que uno tomó el sistema de referencia, escribe las ecuaciones horarias $X = X_0 + V_0\ t + \frac{1}{2}\ a\ t^2$ y $V_f = V_0 + a.t$. En las ecuaciones uno reemplaza por los datos y el problema tiene que salir.
Si el tiempo no es dato y querés ahorrarte cuentas, podés usar la ecuación complementaria $V_f^2 - V_0^2 = 2\ a\ (\ X_f - X_0\ )$

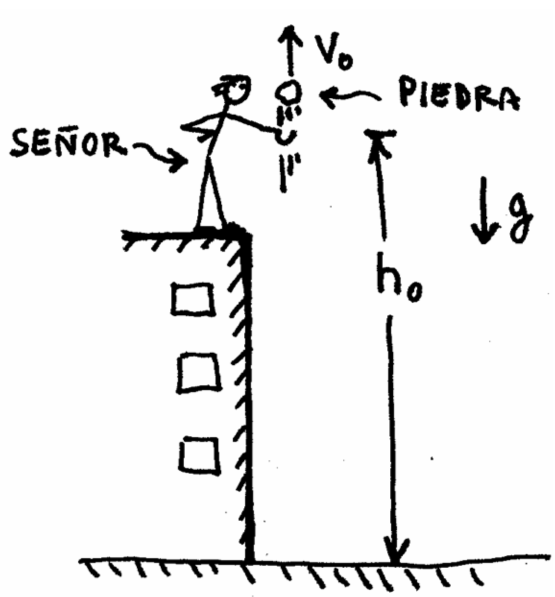
Por favor acordate de una cosa :

> Todo problema de MRUV tiene que poder resolverse usando la 1ra y la 2da ecuación horaria. **NADA MAS**. Puede ser que haya que usar primero una ecuación y después la otra. Puede ser que haya que combinar las ecuaciones. Puede ser cualquier cosa, pero todo problema tiene que salir de ahí.

Aclaro esto porque a veces vos venís con **MILES** de ecuaciones de MRUV escritas en tu hoja de formulas. Está MAL. ¿ Miles de ecuaciones ? ¿ Por qué miles ? Las ecuaciones que permiten resolver un problema de MRUV son 2. O sea, te estás complicando.
Repito: Hay sólo DOS las ecuaciones que permiten resolver **cualquier** problema de MRUV. En algún caso tal vez pueda convenir usar la ecuación complementaria si el tiempo no es dato. Pero, insisto, eso se hace para ahorrarse cuentas, nada más. Usando solamente la 1ª y la 2ª ecuación horaria el problema TIENE QUE SALIR. Tal vez sea más largo, pero usando solo 2 ecuaciones el problema tiene que salir.

Fin MRUV

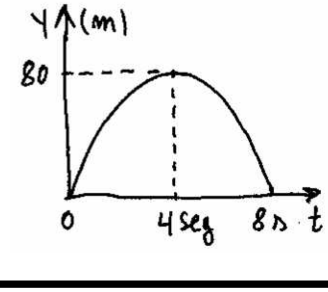
CAÍDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

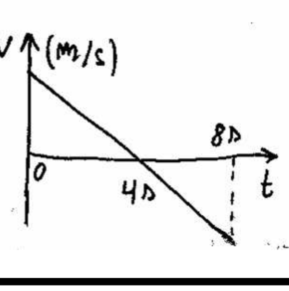


$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \\ v_F = v_0 + g\,t \\ a = cte = g \end{cases}$$

ECUACIONES HORARIAS PARA CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

Posición en función del tiempo





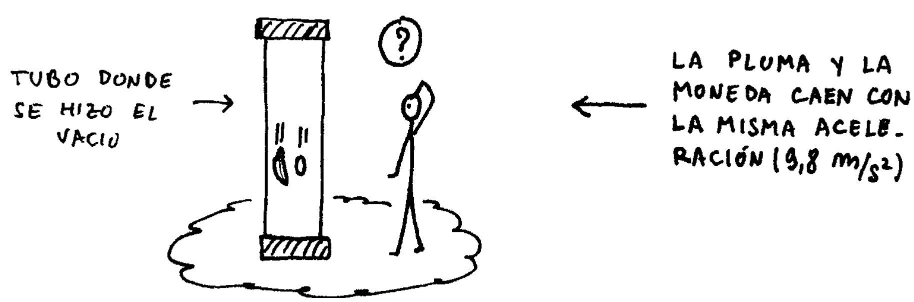
Velocidad en función del tiempo

CAÍDA LIBRE y TIRO VERTICAL

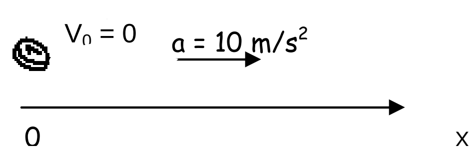
Suponé que un tipo va a la ventana y deja caer una cosa. Una moneda, por ejemplo.

Claro, el tipo tiene razón. Cuando uno deja caer una cosa, lo que cae, cae con MRUV. Toda cosa que uno suelte va a caer con una aceleración de 9,8 m/s^2. Puede ser una moneda, una pluma o un elefante. Si suponemos que no hay resistencia del aire, <u>todas las cosas caen con la misma aceleración</u>.

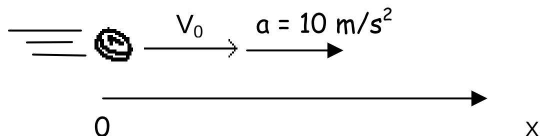
¿ Quién descubrió esto ? Obvio. Galileo . (IDOLO !).
Este hecho es medio raro pero es así. En la realidad real, una pluma cae más despacio que una moneda por la resistencia que opone el aire. Pero si vos sacás el aire, la pluma y la moneda <u>van a ir cayendo todo el tiempo juntas</u>. (Este es un experimento que se puede hacer).



Esta aceleración con la que caen las cosas hacia la Tierra se llama aceleración de la gravedad. Se la denomina con la letra **g** y siempre apunta hacia abajo.
En el caso de la moneda que cae yo puedo "acostar" al problema y lo que tendría sería un objeto que acelera con aceleración 10 m/s^2. Vendría a ser algo así :

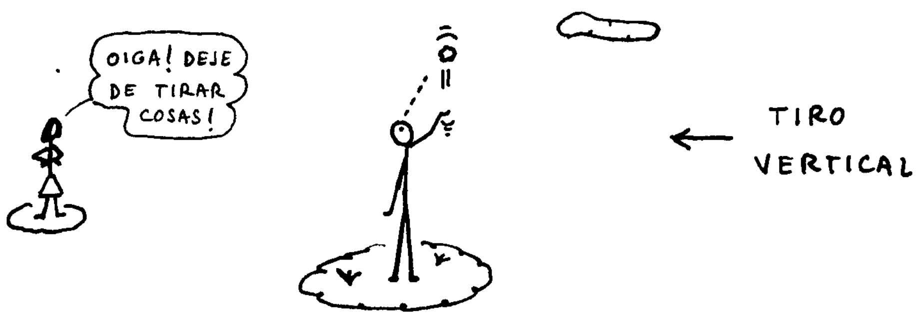


Y si lo hubiera tirado para abajo, tendría velocidad inicial, es decir, esto:

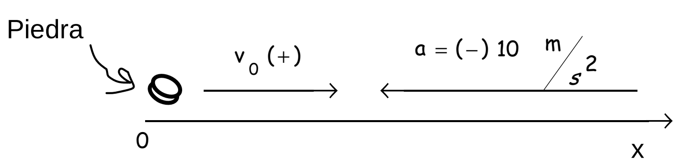


Es decir que un problema de caída libre no se diferencia para nada de un problema de MRUV. Es más, la caída libre **ES** un MRUV.
Para resolver los problemas de caída libre o tiro vertical puedo aplicar los mismos razonamientos y las mismas ecuaciones que en MRUV. Todo lo mismo. La única diferencia es que antes todo pasaba en un eje horizontal. Ahora todo pasa en un eje vertical. Lo demás es igual.

Vamos ahora a esto. Pregunta: ¿ Y qué pasa con el tiro vertical ?
Rta: Y bueno, con el tiro vertical es la misma historia. Tiro vertical significa tirar una cosa para arriba.

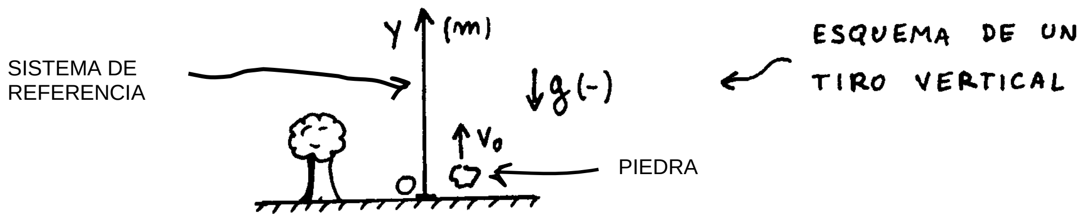


Si yo acuesto una situación de tiro vertical, lo que voy a obtener va a ser esto:



Es decir, tengo la situación de una cosa que sale con una determinada velocidad inicial y se va frenando debido a una aceleración negativa.
¿ Y esto qué es ?
Rta: Y bueno, es un movimiento rectilíneo uniformemente variado.

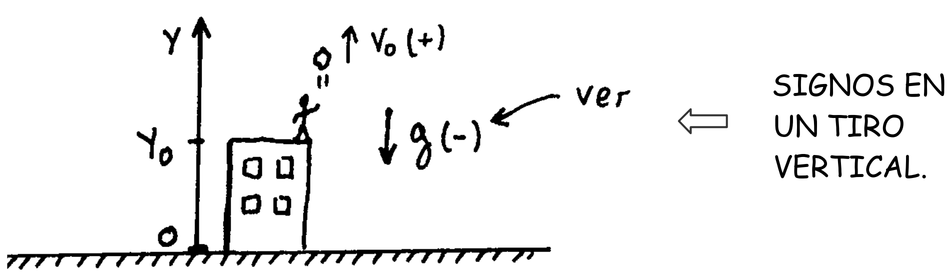
Si hiciera un esquema tomando un eje vertical **y**, tendría algo así:



Conclusión:
Tanto la caída libre como el tiro vertical son casos de movimiento rectilíneo uniformemente variado. Los problemas se piensan de la misma manera y se resuelven de la misma manera. Las ecuaciones son las mismas. Los gráficos son los mismos. Caída libre y tiro vertical no son un tema nuevo, son sólo la aplicación del tema anterior.
El que sabe MRUV, sabe caída libre y tiro vertical. (Sólo que no sabe que lo sabe).

CÓMO RESOLVER PROBLEMAS DE CAÍDA LIBRE y TIRO VERTICAL

1 - Hago un esquema de lo que pasa. Sobre ese esquema tomo un eje vertical **y**. Este eje lo puedo poner apuntando para arriba o para abajo (como más me convenga) Puede ser algo así:



Sobre este esquema marco los sentidos de V_0 y de g. Si V_0 y g apuntan en el mismo sentido del eje **y**, serán (**+**) .Si alguna va al revés del eje **y** será (**-**) .(como en el dibujo). El eje horizontal x puedo ponerlo o no. No se usa en estos problemas pero se puede poner.

2 - La aceleración del movimiento es dato. Es la aceleración de la gravedad (g). El valor verdadero de g en La Tierra es 9,8 m/s^2. Pero generalmente para los problemas se la toma como 10 m/s^2.

Para caída libre y tiro vertical tengo siempre 2 ecuaciones: La de posición y la de velocidad. Estas 2 ecuaciones son las que tengo que escribir.También puedo poner la ecuación complementaria que me puede llegar a servir si el tiempo no es dato.

$$\begin{cases} y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + g \cdot t \\ a = cte = g \end{cases} \leftarrow \text{Ecuaciones Horarias}$$

$$v_f^{\,2} - v_0^{\,2} = 2 \cdot g \cdot (y_f - y_0) \quad \leftarrow \text{Ec. Complementaria}$$

Si, por ejemplo en el dibujo V_0 fuera 10 m/s, la aceleración de la gravedad fuera 10 m/s ^{2} y la altura del edificio fuera de 20 m, las ecuaciones horarias quedarían:

$$\begin{cases} Y = 20\,m + 10\,\frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2}\left(-10\frac{m}{s^2}\right) \cdot t^2 \\ V_f = 10\frac{m}{s} + \left(-10\frac{m}{s^2}\right) \cdot t \\ a = -\,10\,\frac{m}{s^2} = cte \end{cases} \leftarrow \text{Reemplacé por los Datos}$$

3 - Usando las primeras 2 ecuaciones horarias despejo lo que me piden.

En los problemas de caída libre y T vertical suelen pedirte siempre las mismas cosas. Puede ser la altura máxima (h_{max}). Puede ser el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima. (t_{max}). Puede ser la velocidad inicial con la que fue lanzado. Puede ser el tiempo que tarda en caer ($t_{caída}$). Siempre son cosas por el estilo.

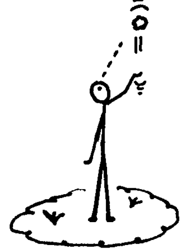
<u>EJEMPLO 1</u> : (Tiro vertical)

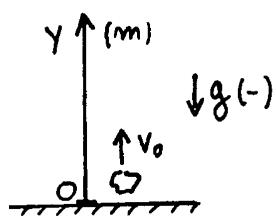
Un señor tira una piedra para arriba con una velocidad inicial de 40 m / s . Calcular :

a) – Qué tiempo tarda en llegar a la altura máxima.
b) – Cuál es la altura máxima.
c) - Trazar los gráficos de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Bueno, lo primero que hago es un dibujito de lo que plantea el problema. Elijo mi sistema de referencia. En este caso lo voy a tomar positivo para arriba. ⇨ g = (-) .

DIBUJO ⇨





⇦ SISTEMA DE REFERENCIA

Las ecuaciones horarias para un tiro vertical son :

$$Y = Y_0 + V_{0y}\, t + \tfrac{1}{2}\, g\, t^2$$

$$V_{fy} = V_{0y} + g\, t$$

Reemplazo por los datos. Fijate que tomé el sistema de referencia para arriba. Quiere decir que g es negativa. La voy a tomar como 10 m/s^2. Pongo el sistema de referencia exactamente en la mano del tipo. Me queda: ⟹

$$Y = 0 + 40\ m/s\ t + \tfrac{1}{2}\,(-10\ m/s^2)\cdot t^2$$

$$V_f = 40\ m/s + (-10\ m/s^2)\,.\,t$$

Fijate que cuando el cuerpo llega a la altura máxima su velocidad es cero. Entonces reemplazo V_f por cero en la ecuación de la velocidad. Me queda:

$V_f = 0$

$$0 = 40\ m/s + (-10\ m/s^2)\,.\,t_{max}$$

Despejo t max :

$$t_{max} = \frac{-40\ m/s}{-10\ m/s^2}$$

$$\boxed{t_{max} = 4\ seg}$$ ⟸ Tiempo que tarda en llegar a la altura máxima

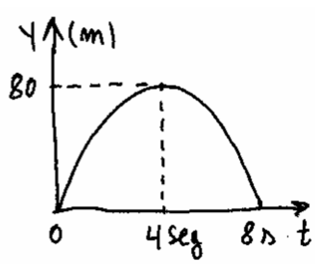
Reemplazando t_{max} = 4 segundos en la ecuación de la posición, calculo la altura máxima:

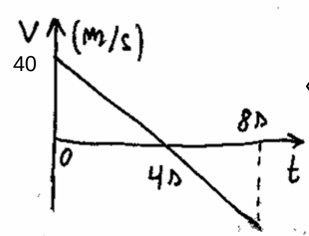
$$Y_{max} = 40\ m/s\ .\ 4\ s + \tfrac{1}{2}\,(-10\ m/s^2)\,.\,(4\ s)^2$$

$$\boxed{Y_{max} = 80\ m}$$ ⟸ Altura máxima

Para construir los gráficos puedo dar valores o puedo hacerlos en forma cualitativa. Grafico cualitativo quiere decir indicar la forma que tiene sin dar todos los valores exactos. Podés hacerlos como quieras. En este caso quedan así:

Posición en función del tiempo ⟹





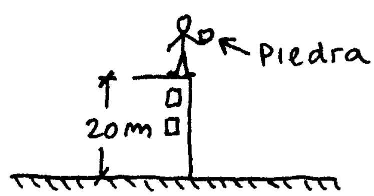
⟸ Velocidad en función del tiempo

Fijate esto: El tiempo que la piedra tardó en llegar a la altura máxima dio 4 segundos. El tiempo que la piedra tarda en tocar el suelo da 8 segundos. (El doble).
¿ Es eso una casualidad ?
¿ Tendrías manera de comprobar que el tiempo que tarda la piedra en caer tiene que ser sí o sí 8 segundos ?
(Pensarlo)

Ejemplo 2 (**CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL**)

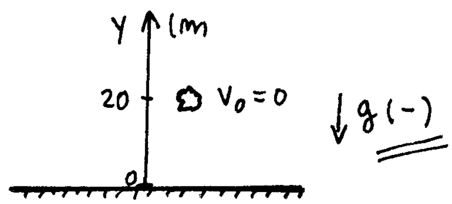
Un tipo está parado a 20 m de altura. Calcular qué tiempo tarda y con qué velocidad toca el suelo una piedra si el tipo:
a)- La deja caer.
b)- La tira para abajo con V_0 = 10 m/s.
c)- La tira para arriba con V_0 = 10 m/s.

Hago un esquema de lo que pasa. Tengo el tipo arriba de la terraza que tira la piedra:



← ESQUEMA

Voy al caso **a)** donde el tipo deja caer la piedra. Elijo mi sistema de referencia y marco v_0 y g con su signo. En este caso V_o vale cero porque la piedra se deja caer.



← SIST. DE REFERENCIA

Reemplazo por los valores. Voy a calcular todo con g = 10 m/s^2 . Las ecuaciones del movimiento quedan así :

$$\begin{cases} Y = 20\,m + \frac{1}{2}\left(-10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t^2 \\ V_f = 0 + \left(-10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t \\ a = -10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = cte \end{cases}$$

← Ecuaciones horarias

El tiempo que la piedra tarda en caer lo despejo de la 1ª ecuación. Cuando la piedra toca el suelo su posición es y = 0. Entonces en la primera ecuación reemplazo **y** por cero. Me queda :

$$0 = 20\,m - \tfrac{1}{2}10\frac{m}{s^2}t^2$$

$$\Rightarrow \quad 5\frac{m}{s^2}t^2 = 20\,m \Rightarrow t^2 = \frac{20\,m}{5\,m/s^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 2\,seg} \leftarrow \text{Tiempo que tarda}$$

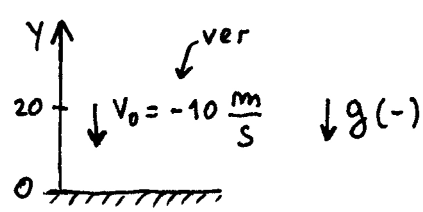
Reemplazando este tiempo en la segunda ecuación tengo la velocidad con que toca el piso :

$$V_f = -10\frac{m}{s^2}\cdot 2\,seg$$

$$\boxed{V_f = -20\frac{m}{s}} \quad \leftarrow \quad \text{Velocidad de la piedra al tocar el suelo.}$$

El signo negativo de V_f me indica que la velocidad va en sentido contrario al eje **y**. Siempre conviene aclarar esto.

b) - La tira para abajo con V_0 = 10 m/s.
Tomo el mismo sistema de referencia que tomé antes. Eje Y positivo vertical hacia arriba. Ahora la velocidad inicial es (-) porque va al revés del eje Y. (Atento).



Igual que antes, cuando la piedra toca el suelo, y = 0. Entonces:

$$(y=0) \Rightarrow \quad 0 = 20\,m - 10\frac{m}{s}\cdot t - 5\frac{m}{s^2}t^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{5\frac{m}{s^2}}_{a}\cdot t^2 + \underbrace{10\frac{m}{s}}_{b}\cdot t \underbrace{- 20\,m}_{c} = 0$$

Esto es una ecuación cuadrática. Fijate que te marqué los valores de a, b y c. Entonces reemplazo los valores de a, b y c en la fórmula de la ecuación cuadrática.

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$\Rightarrow \; t_{1,2} = \frac{-10\frac{m}{s} \pm \sqrt{\left(10\frac{m}{s}\right)^2 - 4\,.\,5\;\frac{m}{s^2}.(-20\,m)}}{2\,.\,5\;\frac{m}{s^2}}$$

Haciendo las cuentas :

$$\Rightarrow \quad t_{1,2} = \frac{-10\frac{m}{s} \pm 22{,}36\frac{m}{s}}{10\frac{m}{s^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \cancel{t_1 = -3{,}236\,seg} \;\; ; \;\; \boxed{t_2 = 1{,}236\,seg} \;\leftarrow\; \text{Tiempo de caida.}$$

Taché la 1ª solución porque tiempos negativos no tienen sentido físico. Ahora voy a reemplazar este tiempo de 1,236 segundos en la otra ecuación que es $V_f = V_o + g\,t$ y calculo la velocidad final. (= al tocar el piso). Me queda :

$$V_f = -10\ m/s - 10\ m/s^2\ .\ 1{,}236\ seg$$

$$\boxed{V_f = -22{,}36\ m/s} \quad \Longleftarrow \quad \text{VELOCIDAD FINAL}$$

c) - Cuando el tipo la tira para arriba con V_0 = 10 m/s. El signo de V_o cambia. Ahora V_0 es positiva. Pero... Ojaldre ! El signo de g <u>NO</u> cambia ! El vector aceleración de la gravedad sigue apuntando para abajo (como siempre). Entonces el vector aceleración va al revés del eje **Y** ➔ SU SIGNO ES <u>NEGATIVO</u>. Las ecuaciones horarias quedan:

$$Y = 20\ m + 10\ m/s\ t - \tfrac{1}{2}\ 10\ m/s^2\ t^2$$

$$V_f = 10\ m/s - 10\ m/s\ t$$

Haciendo lo mismo que en el caso anterior me queda

$$(\,y = 0\,) \;\Rightarrow\; \quad 0 = 20\,m + 10\frac{m}{s}\cdot t - 5\frac{m}{s^2}t^2$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{5\frac{m}{s^2}}_{a}\cdot t^2 \underbrace{-10\frac{m}{s}}_{b}\cdot t \underbrace{-20\,m}_{c} = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$\Rightarrow \quad t_{1,2} = \frac{10\frac{m}{s} \pm \sqrt{\left(10\frac{m}{s}\right)^2 - 4 \,.\, 5 \;\frac{m}{s^2} \,.\, (-20\,m)}}{2 \,.\, 5 \;\frac{m}{s^2}}$$

$\Rightarrow$ <u>t_{caida} = 3,236 seg</u>

Igual que antes, anulé la solución negativa porque no tiene significado físico. Para calcular la velocidad con que la piedra toca el piso hago:

$$V_f = 10\ m/s - 10\ m/s \times 3{,}236\ s$$

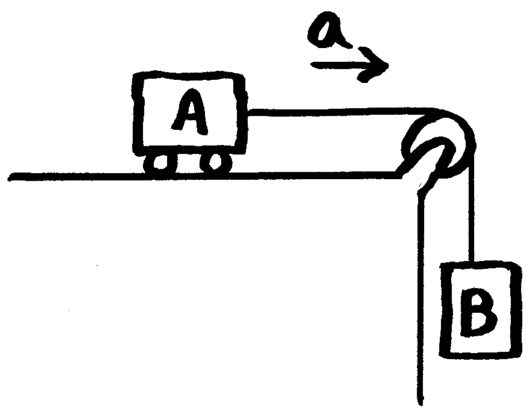
$$\Rightarrow \ V_f = -\ 22{,}36\ m/s$$

Ahora fijate esto: en los casos b) y c) el tiempo de caída no dio lo mismo. Eso es lógico. En un caso estoy tirando la piedra para arriba y en el otro para abajo. Cuando la tiro para arriba tiene que tardar mas. Pero en los casos b) y c) la velocidad de la piedra al tocar el piso... ¡ dio lo mismo ! (surprise)
Hummmmm....
¿ Estará bien eso ?
Esto me estaría diciendo que al tirar una piedra con una velocidad inicial "ve cero" para arriba o para abajo, la piedra toca el piso con la misma velocidad. (Raro).
¿ Podrá ser eso ?...
<u>Rta</u>: <u>Sí</u>.
No es que "puede ser que sea así".
<u>**TIENE**</u> que ser así. (Pensalo).

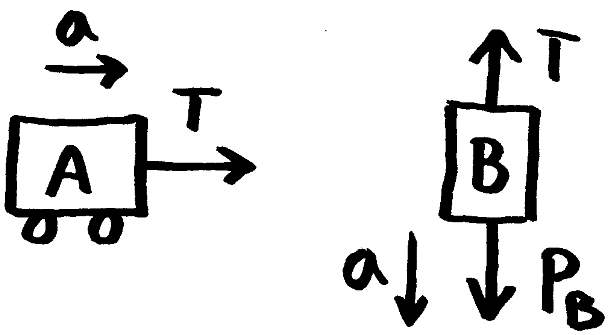
Fin Teoría de Caída Libre y Tiro Vertical

DINAMICA

LEYES DE NEWTON – PLANO INCLINADO



ESQUEMA



DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

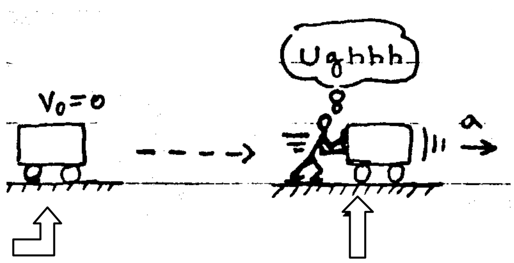
ECUACIONES

DINÁMICA LEYES DE NEWTON

FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Hay tres conceptos que se usan todo el tiempo en dinámica: **fuerza**, **masa** y **aceleración.** Veamos qué significa cada uno:

¿ Qué es una fuerza ?
Una fuerza es una cosa que hace que algo que está quieto se empiece a mover.

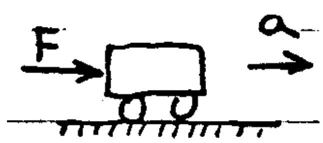


Un señor aplicando una fuerza

Objeto quieto

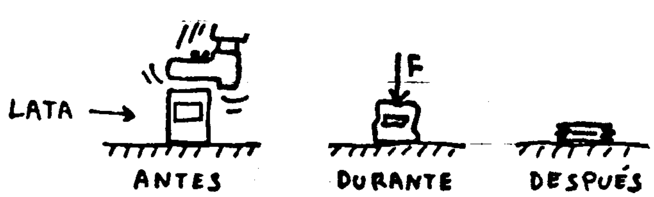
El tipo empuja y el carrito se empieza a mover (acelera).

Esta situación de un cuerpo que tiene aplicada una fuerza la simbolizamos poniendo una flechita que representa a la fuerza. Vendría a ser algo así:



← Representación de una fuerza.

Cuando la fuerza empieza a actuar, el cuerpo que estaba quieto se empieza a mover.
Si uno no deja que el cuerpo se mueva, lo que hace la fuerza es deformarlo o romperlo.

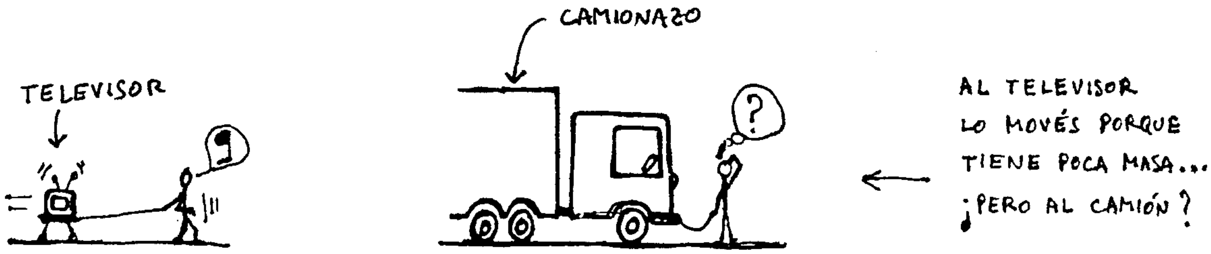


← El cuerpo se deformó por la acción de la fuerza F.

Nota: En realidad una fuerza es algo un poco más complicado que lo que yo puse acá. Te lo expliqué así para que lo entiendas y tengas una idea del asunto.

MASA

Cuanto más masa tiene un cuerpo, más difícil es moverlo. (Acelerarlo, quiero decir). Y si el tipo viene moviéndose, más difícil va a ser frenarlo.



La masa es una cantidad que me da una idea de <u>qué tan difícil es acelerar o frenar a un cuerpo</u>. Se puede entender a la masa como una <u>medida de la tendencia de los cuerpos a seguir en movimiento</u>. Esto vendría a ser lo que en la vida diaria se suele llamar **<u>inercia</u>**.

A mayor cantidad de materia, mayor masa. Si tengo 2 ladrillos del mismo material tendrá más masa el que tenga más átomos. (Átomos, moléculas, lo que sea). Cuanta más materia tenga un cuerpo, más difícil va a resultar moverlo. Es como que la masa te dice "mi honor está en juego y de aquí no me muevo".

Puedo decir que la dificultad en acelerar o frenar un cuerpo está dada por la cantidad de partículas que ese cuerpo tiene. Y la cantidad de partículas da una idea de la cantidad de materia. Entonces sin entrar en grandes complicaciones, te resumo el asunto así:

La masa de un cuerpo es la cantidad de materia que tiene

⇦ MASA

Masa y fuerza son 2 conceptos que vas a entender mejor después de haber resuelto muchos problemas. Dinámica es así. Lleva tiempo.

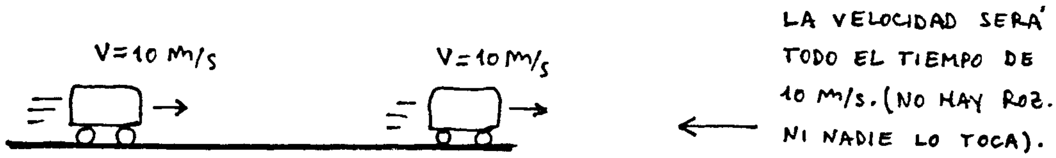
ACELERACIÓN

Esto ya lo sabés de cinemática. La aceleración es una cantidad que me dice qué tan rápido está aumentando o disminuyendo la velocidad de un cuerpo. Digamos que si una cosa tiene una aceleración de 10 m/s^2, eso quiere decir que su velocidad aumenta en 10 m/s por cada segundo que pasa. Si al principio su velocidad es cero, después de un segundo será de 10 m/s, después de 2 seg será de 20 m/s, etc).

LEYES DE NEWTON ← ESTO

1ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE INERCIA

Si uno tira una cosa, esta cosa se va a mover con movimiento rectilíneo y uniforme a menos que alguien venga y lo toque. Es decir, si un objeto se viene moviendo con MRU, va a seguir moviéndose con MRU a menos que sobre el actúe una fuerza.



Para entender esto imaginate que venís empujando un carrito de supermercado y de golpe lo soltás. Si no hay rozamiento, el carrito va a seguir por inercia.
La forma matemática de escribir la primera ley es:

$$\boxed{\text{Si } F = 0 \rightarrow a = 0 \ (\rightarrow v = cte)} \Leftarrow \textbf{1}^{\textbf{ra}} \textbf{ LEY}$$

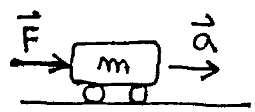
Esta primera ley de Newton casi no se usa para resolver problemas pero es importante desde el punto de vista conceptual. (Atento)

2ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE MASA

Lo que viene ahora es lo que se usa para resolver los problemas, así que atención.
Lo que dice Newton es esto: Si uno empuja un cuerpo (= le aplica una fuerza) el cuerpo va a moverse con MRUV. Es decir, va a empezar a acelerar.
Lo importante es que esta aceleración :

1 - Es proporcional a la fuerza aplicada. (Significa, a mayor F, mayor a)
2 - Va para el mismo lado que la fuerza aplicada. (Significa, si F va así → la aceleración también irá así →)
3 – Es inversamente proporcional a la masa. (Significa, a mayor m, menor a)

Resumiendo, lo que dice Newton es que



AL EMPUJAR CON UNA FUERZA **F** EL OBJETO EMPIEZA A ACELERAR CON ACELERACION **a**

Todo esto que dije antes se puede escribir en forma matemática como:

$$\text{aceleración} = \text{Fuerza} / \text{masa}$$

Si paso la masa multiplicando tengo la forma más común de poner la ley de Newton, que es como les gusta a ellos:

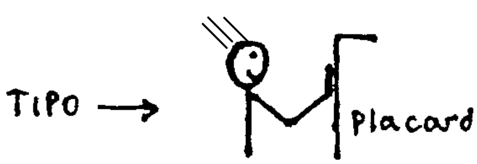
$$\boxed{F = m.a} \quad \leftarrow 2^{da} \text{ Ley de Newton}$$

Esta 2da ley de Newton parece fácil pero no es tan fácil. A la gente le encanta repetirla de memoria. Pero el asunto no es repetirla. El asunto es entenderla.

3ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

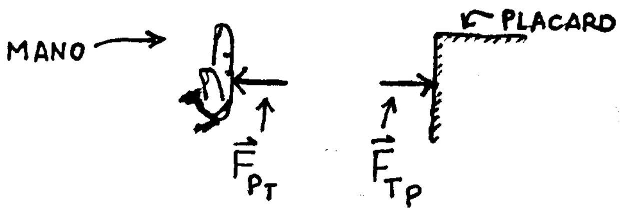
Cuando un cuerpo empuja a otro, la fuerza que el primer cuerpo ejerce sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que el 2do ejerce sobre el 1ro.

Esto se ve mejor en un dibujito. Imaginate un señor que está empujando algo.



$$F_{TIPO\ PLACARD} = F_{PLACARD\ TIPO}$$

Hagamos el diagrama de las fuerzas que actúan sobre el placard y sobre la mano del tipo :



Fuerzas que actúan sobre la mano y sobre el placard

Las fuerzas de acción y reacción son iguales y opuestas. Es decir, valen lo mismo en módulo pero apuntan para lados contrarios. Una va así → y la otra va así ←).
Importante: la fuerza de acción que el tipo ejerce actúa **sobre el placard** y la fuerza que ejerce el placard actúa **sobre el tipo**.
Es decir, acción y reacción son fuerzas iguales y opuestas, pero **no se anulan porque están actuando sobre cuerpos distintos.** (Atento con esto !)

Como pasa con la 2da ley, esta 3ra ley de Newton también parece fácil pero no es tan fácil. Es fácil repetirla de memoria. Pero el asunto no es repetirla de memoria. El asunto es entenderla.

ACLARACIONES SOBRE LAS 3 LEYES DE NEWTON

* Las fuerzas son vectores, de manera que se suman y restan como vectores.
Quiero decir que si tengo 2 fuerzas que valen 10 cada una, y las pongo así:
$\xrightarrow{10}\xrightarrow{10}$ la suma de las dos fuerzas dará 20. Ahora, si una de las fuerzas está torcida, **la suma ya no vale 20**. ($\xrightarrow{10}\nearrow 10$).

En este último caso habrá que elegir un par de ejes **X-Y** y descomponer c/u de las fuerzas en las direcciones X e Y. Después habrá que sumar las componentes en x, en y, y volver a componer usando Pitágoras.

* Recordar: Las fuerzas de acción y reacción actúan siempre sobre cuerpos **distintos**. Acción y reacción NUNCA pueden estar actuando sobre un mismo cuerpo. (si fuera así, se anularían).

* Encontrar una fuerza aislada en el universo es imposible. Una fuerza no puede estar sola. En algún lado tiene que estar su reacción.

* De las 3 leyes de Newton, la 1ª y la 3ª son más bien conceptuales. Para resolver los problemas vamos a usar casi siempre la 2ª. (F = m . a).

* La 2ª ley dice F = m . a. En realidad F es la fuerza **resultante** de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo .

Entonces, si en un problema tenemos varias fuerzas que actúan sobre una cosa, lo que se hace es sumar todas esas fuerzas. Sumar todas las fuerzas quiere decir hallar la fuerza resultante. Entonces puedo poner la 2da ley de newton como :

$$\Sigma F = m \cdot a$$ ⟸ 2^{da} Ley de Newton

Esto se lee : La sumatoria (= la suma) de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo igual a la masa por la aceleración.

> **IMPORTANTE**. Convención de signos en dinámica: Yo voy a tomar sentido positivo siempre como apunta la aceleración. Con esta convención, las fuerzas que van como el vector aceleración son (**+**) y las que van al revés, son (**-**).

UNIDADES DE FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Aceleración: a la aceleración la vamos a medir en m/s^2. (igual que en cinemática). A la unidad m/s^2 no se le da ningún nombre especial.

Masa: a la masa la medimos en Kilogramos. Un Kg masa es la cantidad de materia que tiene 1 litro de agua. Te recuerdo que 1 litro de agua es la cantidad de agua que entra en un cubo de 10 cm de lado (o sea, 1.000 cm^3).

Fuerza: la fuerza la medimos en dos unidades distintas: el Newton y el Kilogramo fuerza. 1 Kgf es el peso de 1 litro de agua. Es decir (y esto es importante):

Leer!

Ojaldre!

> Una cosa que tiene una masa de 1 Kg **pesa** 1 Kgf.
> Una cosa que pesa 1 Kgf **tiene una masa** de 1 Kg.

Ahora vamos a esto: En los parciales suelen aparecer frases del tipo: Un cuerpo que pesa 2 Kgf...

Levanta el alumno la mano y dice: Profesor, en este problema me dan el peso y yo necesito la masa... ¿ cómo hago ?

Rta: Bueno, no hay que hacer ninguna cuenta. Si algo pesa 2 kilogramos fuerza, su masa será 2 kilogramos masa. Eso es todo. No hay que andar dividiendo por g ni nada por el estilo.

¿ Lo entendiste ? Bien. ¿ No lo entendiste ? ⟹ Fuiste. Esto no hay otra manera de explicarlo. No es que 1 kgf sea " igual " a 1 kg masa. Una cosa que **pesa** 1 kgf tiene una **masa** de 1 kg masa . Esto es así por definición, porque al inventar el kg masa se lo definió como la masa que tiene algo que pesa 1 kgf. (Y viceversa).

Vamos a esta otro enunciado que también suele aparecer en los parciales :

UN CUERPO DE 3 KILOGRAMOS ES ARRASTRADO POR UNA CUERDA ... bla, bla, bla.

Levanta la mano el alumno y dice: Profesor, en el problema 2 no me aclaran si los 3 kilogramos son Kg masa o Kg fuerza.
Pensalo: Esos 3 kilogramos... ¿ Que son ? ¿ Masa o fuerza ?

Rta: Igual que antes. Masa y peso **NO** son la misma cosa, pero en el planeta Tierra, una masa de 3 Kg **pesa** 3 Kg fuerza. Así que es lo mismo. Podés tomarlos como 3 kg masa o como 3 kg fuerza. Esta coincidencia numérica solo pasa siempre que estemos en La Tierra, aclaro.

La otra unidad de fuerza que se usa es el Newton. Un Newton es una fuerza tal que si uno se la aplica a un cuerpo que tenga una masa de 1 Kg, su aceleración será de 1 m/s^2.

$$\boxed{1 \text{ Newton} = 1\,kg \times 1\,m/s^2}$$ ⇦ **1 Newton**

Para que te des una idea, una calculadora pesa más o menos 1 Newton. (Unos 100 gramos). Para pasar de Kgf a Newton tomamos la siguiente equivalencia:

$$\boxed{\mathbf{1\ Kgf = 10\ Newtons}}$$ ← Equivalencia entre Kgf y N.

Salvo indicación en contrario, para los problemas ellos te van a decir que tomes la equivalencia 1 Kgf = 10 N. Esto se hace para facilitar las cuentas, porque en la realidad real, 1 kgf equivale a 9,8 N.

Nota: A veces 1 kilogramo fuerza se pone también así: ⟶ 1 Kgr o 1 $\vec{Kg}$

Ejemplo: **2 fuerzas de 5 y 10 N actúan sobre un cuerpo como indica la figura. Plantear la 2da ley de Newton.**

Si tengo 2 fuerzas que actúan sobre el objeto, tengo que plantear que la suma de las fuerzas es "eme por a". Ahora. Ojo. La fuerza de 10 es positiva porque va como la aceleración, y la fuerza de 5 es negativa porque va al revés . Esto es así por la convención de signos que yo adopté. Me queda:

ESTO

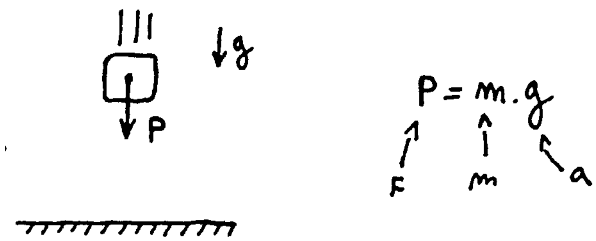
$10N - 5N = m \cdot a$ ← 5 Newton hacia la derecha es la fuerza resultante.

$\Rightarrow 5N = m \cdot a$

PESO DE UN CUERPO

La Tierra atrae a los objetos. La fuerza con que La Tierra atrae a las cosas se llama fuerza PESO. Antes la ley de Newton se escribía $F = m \times a$. Ahora se va a escribir $P = m \times g$. Esto sale de acá. Fijate.

Diagrama de un cuerpo que está cayendo debido a la fuerza PESO. →



En éste dibujo, la aceleración de caída vale **g** ($= 9{,}8\ m/s^2$) y la fuerza que tira al cuerpo hacia abajo acelerándolo es el peso **P**. Fuerza es igual a masa por aceleración, $\mathbf{F} = \mathbf{m} \times \mathbf{a}$. En La Tierra la aceleración es la de la gravedad (**g**) y la fuerza **F** es el peso del cuerpo. Entonces reemplazo **a** por **g** y **F** por **P** en $F = m \times a$ y me queda:

$$\boxed{P = m \times g} \Leftarrow \textbf{FUERZA PESO}$$

Esta ecuación se lee "peso = masa por gravedad". La equivalencia 1 Kgf = 9,8 N que puse antes sale de esta fórmula. Supongamos que tengo una masa de 1 Kg masa. Ya sabemos que su peso en Kilogramos fuerza es de 1 Kgf. Su peso en Newtons será de :

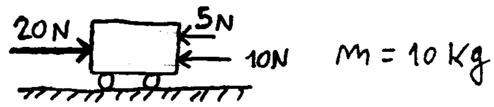
$$P = 1\ Kg \times 9{,}8\ m/s^2 \Rightarrow$$

$$P\ (= 1\ Kgf\ ) = 9{,}8\ N$$

En los parciales se puede usar la equivalencia: 1 Kgf = 10 N. Esto se puede hacer para evitar cuentas pesadas.

EJEMPLO DE CÓMO SE USA LA 2ª LEY DE NEWTON

UN CUERPO TIENE 3 FUERZAS APLICADAS COMO INDICA EL DIBUJO. CALCULAR SU ACELERACIÓN.



Con este ejemplo quiero que veas otra vez este asunto de la convención de signos que te expliqué antes. Fijate. El cuerpo va a acelerar para la derecha porque la fuerza 20 N es mayor que la suma de las otras dos (15 N). Planteo la 2da ley:

$$\sum F = m \cdot a \qquad \Rightarrow \quad 20\ \mathrm{N} - 5\ \mathrm{N} - 10\ \mathrm{N} = m.a$$

$$\Rightarrow 5\ \mathrm{N} = 10\ \mathrm{Kg} \cdot a \qquad \Rightarrow \quad 5\ \frac{\mathrm{Kg.m}}{\mathrm{s}^2} = 10\ \mathrm{Kg.a}$$

$$\Rightarrow \underline{a = 0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \qquad \leftarrow \text{ Aceleración del cuerpo (va así } \rightarrow\text{).}$$

Una vez más, fijate que al elegir sentido positivo en sentido de la aceleración, las fuerzas que apuntan al revés que el vector aceleración son **negativas.**
Repito. Esto es una convención. Es la convención de signos que tomo yo para resolver los problemas.

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ← IMPORTANTE

El diagrama de cuerpo libre es un dibujito que se hace para poder resolver los problemas de dinámica más fácilmente. Siempre es imprescindible hacer el diagrama de cuerpo libre para resolver un problema. Si no hacés el diagrama, o lo hacés mal, simplemente terminás equivocándote. Esto no es algo que inventé yo. Esto es así.
La base para resolver los problemas de dinámica es el diagrama de cuerpo libre.
Resumiendo: ¿Qué es saber Dinámica?
Rta: Saber dinámica es saber hacer diagramas de cuerpo libre.

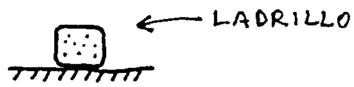
¿ CÓMO SE HACEN LOS DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ?

Cuerpo libre significa cuerpo solo, sin nada al lado. Eso es exactamente lo que se hace. Se separa al cuerpo de lo que está tocando (imaginariamente). Se lo deja solo, libre. En lugar de lo que está tocando ponemos una fuerza. Esa fuerza es la fuerza que hace lo que lo está tocando.

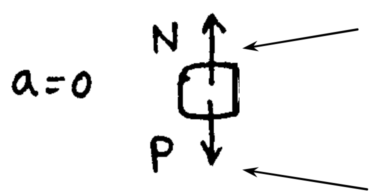
Pongo acá algunos ejemplos de diagramas de cuerpo libre. Miralos con atención. Son muy importantes. Tenés que saberlos porque son la base para lo que viene después.

EJEMPLO : **HACER LOS DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE EN LOS SIGUIENTES CASOS:**

1) Cuerpo apoyado sobre el piso:



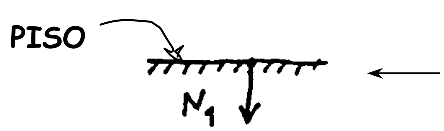
El ladrillo está en equilibrio. No se cae para abajo ni se levanta para arriba. La fuerza peso que tira el ladrillo para abajo, tiene que estar compensada (equilibrada) por la fuerza hacia arriba que ejerce el piso. Es decir:



Fuerza que el piso ejerce sobre el cuerpo. (se llama normal)

Fuerza que ejerce La Tierra sobre el cuerpo. (se llama peso).

Las fuerzas **N** y **P** son iguales y contrarias, de manera que el cuerpo está en equilibrio. Ahora ojo, son iguales y contrarias **pero no son par acción – reacción.**
¿ Por qué ?
Rta : porque están aplicadas a un mismo cuerpo. Para que 2 fuerzas sean acción - reacción tienen que estar aplicadas a cuerpos **distintos.** Por ejemplo, en el caso del ladrillo apoyado en el suelo, la reacción a la fuerza N está aplicada sobre el piso:



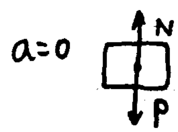
N_1 es la reacción de la fuerza N.

Por otro lado la reacción a la fuerza peso está aplicada en el centro de La Tierra.

P_1 es la reacción de la fuerza P.

Por ejemplo, si en este caso el peso del ladrillo fuera de 1 Kgf, todas las fuerzas (P, N, P_1, N_1), valdrían 1 Kgf. La cosa está en darse cuenta cuáles de ellas son par acción - reacción. Acá P y P_1 son un par acción-reacción, y N y N_1 es otro.
¿ Lo ves ? (No digas " sí " porque esto no es tan fácil de ver de entrada).

La ecuación de Newton planteada para este diagrama de cuerpo libre queda así:



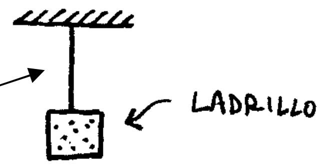
$a = 0$
$N - P = 0$
$(\Rightarrow N = P)$

La normal es = al peso para un cuerpo que está apoyado en el piso.

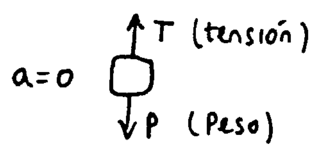
---

2) Cuerpo que cuelga de una soga.

CUERDA



En este caso el análisis es parecido al anterior. El cuerpo está en equilibrio porque no se cae para abajo ni sube para arriba. Esto quiere decir que la fuerza que hace la cuerda al tirar para arriba tiene que ser igual al peso del cuerpo tirando para abajo. Hagamos el diagrama de cuerpo libre:



← Diagrama de cuerpo libre.

$T - P = 0$ ← Ec. de Newton

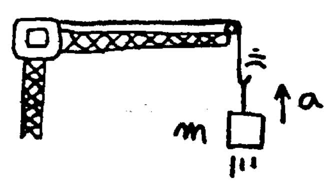
$(\Rightarrow T=P)$ $a=0$

---

3) Cuerpo que es elevado hacia arriba con aceleración a.

VER

GRUA →



OJO CON ESTE CASO.

En esta situación el cuerpo no está en equilibrio. La grúa lo está acelerando hacia arriba. Lo levanta con aceleración **a**. (Atento). El diagrama de cuerpo libre y la ecuación correspondiente quedan así:

a ↑ 

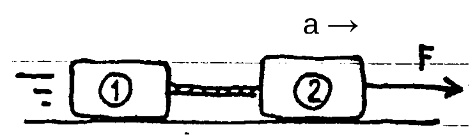
$T_c - P = m \cdot a$

Fijate que puse: " Tensión de la cuerda – Peso = m.a " y no: " $P - T_c = m.a$ ".
¿ Por qué ?
Bueno, porque según la convención que tomo yo, en la ecuación de Newton, a las fuerzas que van en sentido de la aceleración se le restan las fuerzas que van en sentido contrario. (Y no al revés).

También fijate que la tensión de la cuerda tiene que ser <u>mayor que el peso</u> . Esto pasa porque el cuerpo va para arriba. Si fuera al revés ($P > T_c$) el cuerpo **bajaría** en vez de subir.

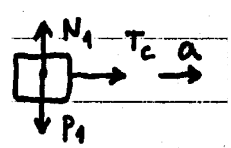
---

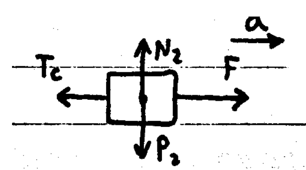
4) Dos cuerpos unidos por una soga que son arrastrados por una fuerza F.



En este ejemplo hay 2 cuerpos, de manera que habrá <u>2</u> diagramas de cuerpo libre y <u>2</u> ecuaciones de Newton. Cada cuerpo tendrá su ecuación. Hago los diagramas y planteo las ecuaciones.

1





2

$T_C = m_1.a$ $\qquad$ $F - T_c = m_2 . a$

Ahora quiero que veas unas cosas interesantes sobre este ejemplo. Fijate :

* En la dirección vertical no hay movimiento de manera que los pesos se equilibran con las normales, es decir:

$$P_1 = N_1 \quad \text{y} \quad P_2 = N_2$$

* En el diagrama del cuerpo **2**, la fuerza **F** debe ser <u>**mayor**</u> que la tensión de la cuerda para que el tipo vaya para allá $\longrightarrow$. Si fuera al revés, (F < Tc) el cuerpo 2 iría para el otro lado.

* La fuerza F " <u>no se transmite " al cuerpo **1**.</u> F está aplicada sobre el cuerpo **2**. Lo que tira del cuerpo **1** es la tensión de la cuerda. (únicamente).

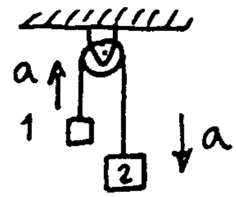
* La tensión de la cuerda <u>es la misma para los dos cuerpos</u>. No hay T_1 y T_2 . Hay sólo una tensión de la cuerda y la llamé T_c .

* Los dos cuerpos se mueven con <u>la misma aceleración</u> porque están atados por la soga y van todo el tiempo juntos.

* En **2** hice $F - T_c = m \cdot a$, y **<u>NO</u>** $T_c - F = m \cdot a$. Esto es porque la fuerza que va en sentido de la aceleración es F.

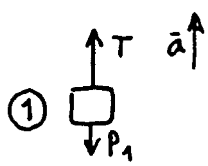
---

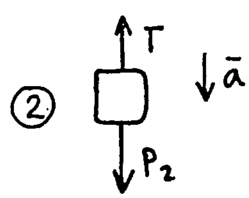
5) Dos cuerpos que pasan por una polea.
Con **$P_2 > P_1$** (Atención). A este aparato se lo suele llamar Máquina de Atwood.



$P_2 > P_1$

En este caso todo el sistema acelera como está marcado porque 2 es más pesado que 1. Los diagramas de cuerpo libre son así : (Mirar con atención por favor)

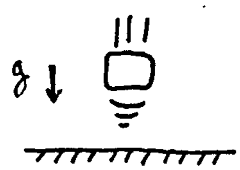




$T - P_1 = m_1 . a$ $\qquad$ $P_2 - T = m_2 \times a$

---

6) Un cuerpo que está cayendo por acción de su propio peso.



Este ladrillo que cae no está en equilibrio. Se está moviendo hacia abajo con la aceleración de la gravedad. La fuerza peso es la que lo está haciendo caer. El diagrama de cuerpo libre es así:

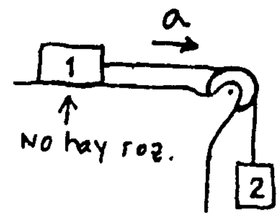
Esta **g** la pongo para indicar que el cuerpo NO está quieto sino que cae con aceleración g.

⇦ Diagrama de cuerpo libre para un ladrillo que está cayendo.

$P = m . g$ $\quad \leftarrow \quad$ Ecuación de N.

---

7)- Sistema de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 que están unidos por una Polea. Uno está en un plano horizontal y el otro cuelga de una soga. No hay rozamiento.



El peso 2 quiere caer y arrastra al cuerpo 1 hacia la derecha. El sistema **no** está en equilibrio. Tiene que haber aceleración. Todo el sistema se mueve con una aceleración **a**. Atención, esa aceleración debe dar siempre menor que la de la gravedad. (¿ Por qué ?).

Para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema hago el famoso diagrama de cuerpo libre. Es este caso serían 2 diagramas, uno para cada cuerpo.

DIAGRAMAS

Ecuaciones :

$$T = m_1 . a \qquad\qquad P_2 - T = m_2 . a$$

Fijate que:
La tensión de la cuerda (T) es la misma para el cuerpo 1 y para el cuerpo 2.
Esto siempre es así en este tipo de problemas con sogas. No hay 2 tensiones.
Hay una sola. (Tamos ?).
El sistema, así como está, siempre va a ir hacia la derecha. Sería imposible que fuera para la izquierda. (El peso 2 siempre tira para abajo).
La fuerza P_2 es mayor que la tensión de la cuerda. Por ese motivo el cuerpo 2 baja.
Si fuera al revés, el cuerpo 2 subiría.

La fuerza N_1 es igual a P_1. La normal es igual al peso si el plano es horizontal. (Si el plano está inclinado **no**).

Preguntas tramposas:

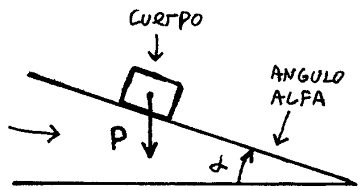
Para que el sistema se mueva... ¿ obligatoriamente la masa del cuerpo 2 tendrá que ser mayor que la masa del cuerpo 1 ? ¿ Qué pasaría si m_1 fuera mayor que m_2 ?
¿ Habría movimiento ?
(Cuidado con lo que vas a contestar !)

FIN LEYES DE NEWTON

PLANO INCLINADO

DESCOMPOSICIÓN DE LA FUERZA PESO

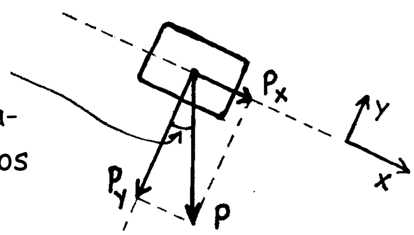
Suponé que tengo un cuerpo que está apoyado en un plano que está inclinado un ángulo α. La fuerza peso apunta para abajo de esta manera:



UN CUERPO APOYADO EN UN PLANO INCLINADO.

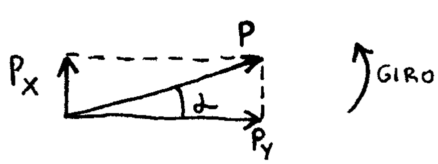
Lo que quiero hacer es descomponer la fuerza peso en 2 direcciones: una paralela al plano inclinado y otra perpendicular. Lo voy a hacer con trigonometría. Fijate:

Este ángulo es igual al ángulo del plano inclinado por alternos internos entre no se qué.



Descomposición de la fuerza peso en las direcciones <u>X</u> e <u>Y</u>

En el dibujo descompuse al peso en las fuerzas " pe equis y P_y " Ahora bien...
¿ Qué son P_x y P_y ?.
P_x es la componente del peso en la dirección del plano inclinado.
P_y es la componente del peso en la dirección $\perp$ al plano inclinado.
Ahora bien, ¿ Cuánto valen P_x y P_y ?. Es decir, ¿ Cómo las calculo ?
Bueno, si inclino el triángulo para que el asunto se entienda mejor, me queda un lindo dibujito en donde puedo calcular por trigonometría los valores de Pe_x y Pe_y .



RECORDAR

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow \boxed{P_x = P \cdot \operatorname{sen}\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow \boxed{P_y = P \cdot \cos\alpha}$$

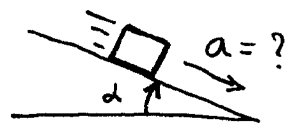
COMPONENTES DE LA FUERZA PESO

Este asunto de que las componentes del peso valen $P_x = P . \text{sen}\ \alpha$ y $P_y = P . \cos\ \alpha$, o lo razonás, o te lo acordás de memoria, pero tenés que saberlo porque se usa todo el tiempo en los problemas de plano inclinado. Vamos a un ejemplo a ver si me seguiste.

PROBLEMA

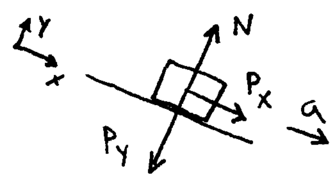
CALCULAR CON QUÉ ACELERACIÓN CAE UN CUERPO POR UN PLANO INCLINADO DE ÁNGULO ALFA. (NO HAY ROZAMIENTO).

Lo que el problema plantea es esto:



⇦ CUERPO CAYENDO POR EL PLANÍFERO INCLINADO.

Voy a descomponer la fuerza peso en las direcciones equis e **y** :



⇦ DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE.

Fijate que la fuerza que lo tira al tipo para abajo es P_x . Ni P_y, ni N tienen influencia sobre lo que pasa en el eje **x** porque apuntan en la dirección del eje **y**. Por eso es que se descompone a P en una dirección paralela y en otra perpendicular al plano inclinado.

Planteo la ley de Newton para el eje **x**. La sumatoria de las fuerzas en el eje equis va a ser la masa por la aceleración en el eje equis. Eso se pone :

$$\Sigma F_{\text{en el eje } X} = m \cdot a_{\text{ en el eje } X}$$

$$\Rightarrow P_x = m \cdot a_x$$

$$\Rightarrow P \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot a$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\ g\ \text{sen}\ \alpha = \cancel{m} \cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g \times \text{sen}\ \alpha}$$

⇦ ACELERACION **DE CAIDA**

Por favor recordá la ecuación $\mathbf{a = g \times sen\ \alpha}$ porque la vas a necesitar muchas veces más adelante. Repito: Lo que calculamos es que :

> LA ACELERACION QUE TIENE UN CUERPO QUE CAE POR UN PLANO INCLINADO QUE FORMA UN ANGULO ALFA VALE : $\mathbf{a = g \times sen\ \alpha}$ **.**
> (Esto sólo vale cuando <u>**NO**</u> hay rozamiento)

Ahora fijate bien. Vamos a hacer un análisis de re-chupete (= chiche - bombón) de la expresión $g \times sen\ \alpha$. A ver si me seguís. No sé si te diste cuenta de que para llegar a la expresión $a = g \cdot sen\ \alpha$ <u>tuve que simplificar la masa</u>. Eso quiere decir que la aceleración con la que el tipo cae por el plano inclinado...
¡ no depende de la masa !
¿ Cómo que no depende de la masa ?... ¿ y de qué depende ?
<u>Rta</u>: Depende sólo del ángulo <u>alfa</u> y de la aceleración de la gravedad <u>ge</u> .

Es decir que si yo tengo una bajada que tiene un ángulo de 20 grados, todas las cosas que caigan por ahí, lo harán con la misma aceleración.

Aclaro esto porque cuando hay una calle en bajada, la gente suele pensar que al sacar el pie del freno, un auto empieza a caer más rápido que un camión.

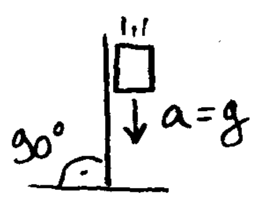
Sin hilar fino, por la bajada de una plaza, una pelota, una bicicleta y una patineta caen con la misma aceleración. Si se las deja caer en el mismo momento, ninguno le ganará al otro. Todos van a bajar con aceleración $a = g \cdot sen\ \alpha$.
Pregunta: ¿ Y si en la bicicleta va un gordo de 300 kilos ?... ¿ no va a ir cayendo más despacio ?

Rta: No.
¿ Cae más rápido ?.
- No.
Eeeehhhh, ... ¿ cae igual ?
- Exactamente.

Ahora, analicemos esto otro caso : ¿ qué pasaría si alfa fuera cero ?
Bueno, según la fórmula $a = g \times \text{sen}\ \alpha$, la aceleración daría cero. (sen $0° = 0$).
¿ Está bien eso ?.
Rta: Sí, está bien, porque si el ángulo fuera cero, el plano sería horizontal:

← Caso $\alpha = 0$
($\Rightarrow$ $a = 0$).

¿ Y qué pasaría si el ángulo fuera 90° ?
Bueno, sen 90° = 1, de manera que $g \times \text{sen}\ 90°$ me da g. Es decir, si el ángulo fuera de 90° , el tipo caería con la aceleración de la gravedad.
Esto también está bien porque estaría en este caso:



← Situación para
$\alpha = 90°$ ($a = g$)

Este análisis de lo que pasa cuando α es igual a cero o á 90° es importante porque lo ayuda a uno a darse cuenta si se equivocó o no. Por ejemplo, si me hubiera dado $a = 10\ m/s^2$ para $\alpha = 0$, eso me estaría indicando que hice algo mal.

MÉTODO PARA RESOLVER LOS PROBLEMAS DE DINÁMICA

Los problemas se dinámica no son todos iguales. Pero en gran cantidad de ellos te van a pedir que calcules la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema. Para ese tipo de problema hay una serie de pasos que conviene seguir.

Estos pasos son:

1 - Hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema. Si hay un solo cuerpo, habrá un solo diagrama. Si hay 2 cuerpos habrá 2 diagramas, etc.

2 - De acuerdo al diagrama de cuerpo libre, planteo la 2ª ley de Newton:

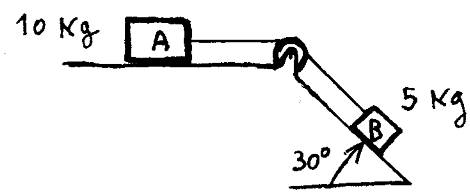
$$\Sigma F = m \cdot a$$

3 - Para cada diagrama de cuerpo libre voy a tener una ecuación. De la ecuación (o sistema de ecuaciones) que me queda despejo lo que me piden.

Este método para resolver problemas de dinámica sirve para cualquier tipo de problema, sea con rozamiento, sin rozamiento, plano horizontal, plano inclinado o lo que sea.
Ahora fijate cómo se usa el método en un problema.

Ejemplo :

Para el sistema de la figura calcular la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda. (No hay rozamiento).



1 - Para resolver el problema hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen:

Fijate cómo puse el sentido de la aceleración. **a** no puede ir al revés, porque el cuerpo A no puede tirar para arriba y hacer que suba el B.

2 - Para cada diagrama planteo la ecuación de Newton:

Para A: $T = m_A \times a$

Para B: $Px_B - T = m_B \times a$

3 - De las ecuaciones que me quedan voy a despejar lo que me piden.

El planteo del problema ya terminó. Lo que sigue es la parte matemática que es resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Para resolver este sistema de 2 x 2 podés usar el método que quieras. (Sustitución, igualación, etc). Sin embargo yo te recomiendo que para los problemas de dinámica uses siempre el método de suma y resta. El método consiste en sumar las ecuaciones miembro a miembro. Como la tensión siempre está con signo (**+**) en una de las ecuaciones y con signo (–) en la otra, se va a simplificar. Apliquemos entonces suma y resta. Lo que tenía era esto:

$$\begin{cases} T = m_A \times a \\ Px_B - T = m_B \times a \end{cases}$$

Sumo miembro a miembro las ecuaciones y me queda:

$$\cancel{T} + Px_B - \cancel{T} = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{Px}_B = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$\Rightarrow \; m_B\, g \cdot \text{sen } 30 = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$\Rightarrow \; 5\,\text{Kg} \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 0.5 = (10\,\text{Kg} + 5\,\text{Kg})\; a$$

$$\Rightarrow 25\,\text{Kg}\,\frac{m}{s^2} = 15\,\text{Kg} \cdot a$$

$$\Rightarrow \; \boxed{a = 1,\widehat{6}6\,\frac{m}{s^2}} \quad \longleftarrow$$ Aceleración con la que se mueve el sistema.

¿ Cómo calculo la tensión en la cuerda ?
Bueno, lo que tengo que hacer es reemplazar la aceleración que obtuve en cualquiera de las ecuaciones que tenía al principio. Por ejemplo :

$$T = m_A \times a$$

$$\Rightarrow \; T = 10\ \text{Kg} \times 1,\widehat{6}\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 16,\widehat{6}\ N.} \quad \leftarrow$$ Tensión en la cuerda.

Puedo verificar este resultado reemplazando <u>**a**</u> en la otra ecuación y viendo si me da lo mismo. Probemos a ver si da:

$$P_Bx - T = m_B \,.\, a$$

$$\Rightarrow \quad T = P_{Bx} - m_B \,.\, a$$

$$\Rightarrow \quad T = P \,.\, \text{sen } 30° - m_B \,.\, a$$

$$T = 5\ Kg \,.\, 10\ \frac{m}{s^2} \,.\, 0{,}5 - 5\ Kg.\ 1{,}66\ \frac{m}{s^2}$$

$\rightarrow$ $\underline{T = 16{,}6\ N}$ (Dió lo mismo, iupi)

Y ahora vamos al punto importante. Y esto sí quiero que lo veas bien. Fijate.
Para resolver el problema yo plantee una serie de ecuaciones. (2 en este caso).
Ahora bien, estas ecuaciones fueron planteadas **de acuerdo al diagrama de cuerpo libre**. Ese es el truco.
¿A qué voy ?
Voy a que si los diagramas de cuerpo libre están **mal**, las ecuaciones también van a estar **mal**. (⇒ **Mal el planteo del problema** ⇒ NOTA: 2 (dos)).

¿ Una fuerza de más en el diagrama ? → Todo el problema mal.
¿ Una fuerza de menos en el diagrama ? → Todo el problema mal.
¿ Una fuerza mal puesta en el diagrama ? → Todo el problema mal.
¿ Una fuerza puesta al revés de como va ? → Todo el problema mal.

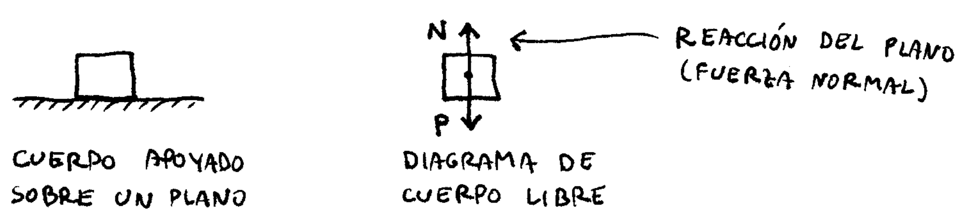
Entonces, mi sugerencia para que tengas MUY en cuenta es :

Siempre revisar los diagramas de cuerpo libre antes de empezar a resolver el sistema de ecuaciones ⇐ **VER**

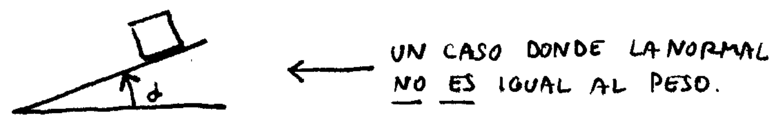
Fin Plano Inclinado

LA NORMAL NO SIEMPRE ES IGUAL AL PESO ← VER

La palabra Normal en física significa perpendicular. La normal es la reacción que el piso ejerce sobre el cuerpo. Esa reacción es siempre ⊥ al plano de apoyo, por eso se la llama normal.

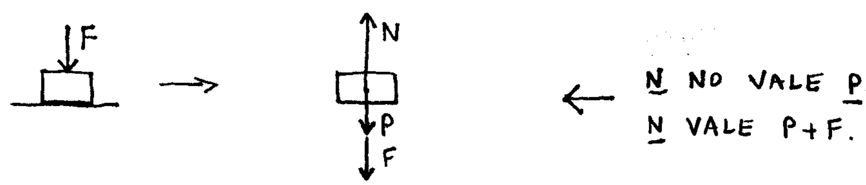


Hay una tendencia a creer que la normal es siempre igual al peso. Eso pasa a veces, no siempre. (Ojo) En el ejemplo de arriba, donde el cuerpo está apoyado en un plano horizontal, ahí la normal es igual al peso. ¿ Pero que pasa si yo ahora inclino el plano ? Fijate :

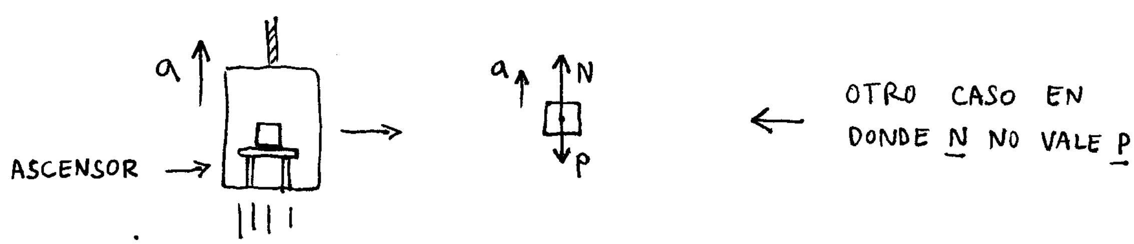


Ahora la normal ya no va a ser más igual al peso. ¿ De dónde sale eso ?
Rta: → Del diagrama de cuerpo libre.

Ahora N no vale más P. Ahora N vale P_y que es $P \times \cos \alpha$. Lo mismo pasa si tengo un cuerpo en un plano horizontal pero alguien lo aprieta contra el piso.

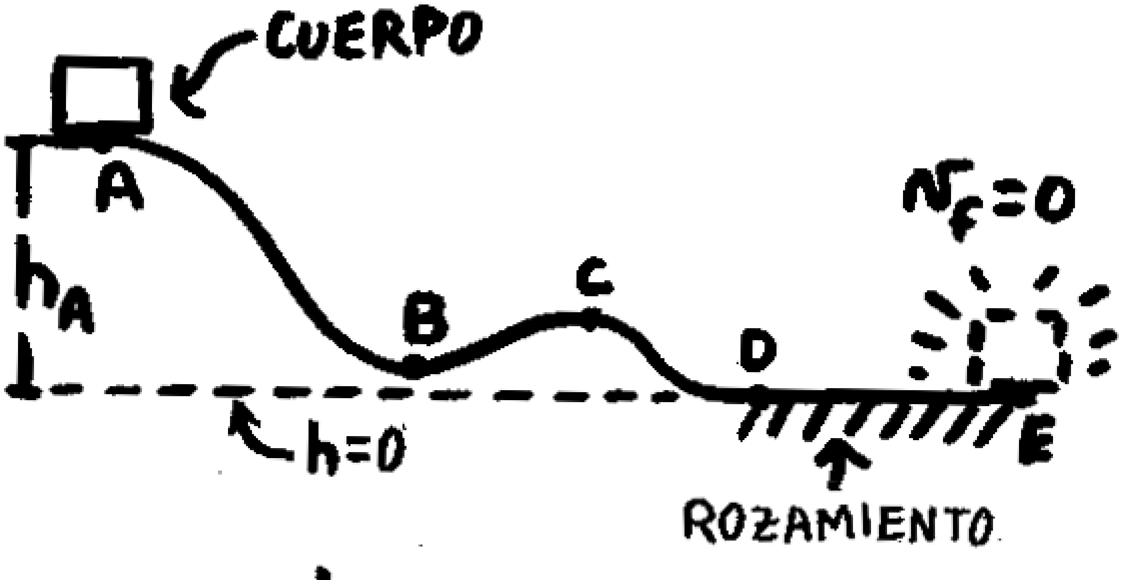


Y lo mismo pasaría si el tipo estuviera subiendo o bajando en un ascensor con aceleración constante. (Ojo que este caso también lo toman).



Entonces: ¿ La normal es siempre igual al peso ?
Rta: Muchas veces, sí. Pero en el caso general **NO**.

TRABAJO Y ENERGÍA



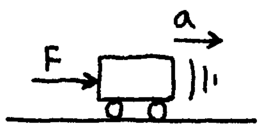
$$L_{\substack{F\ NO \\ CONS.}} = E_{M_E} - E_{M_A}$$

$$\ominus f_{rozo} \cdot d_{DE} = 0 - mgh_A$$

TRABAJO Y ENERGIA

Trabajo de una fuerza.

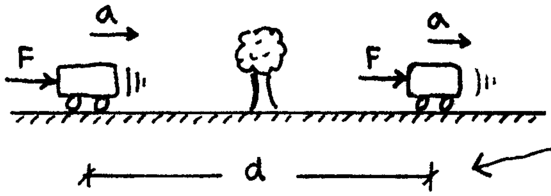
Una manera de entender qué es una fuerza es pensar en una cañita voladora.
Lo que quiero decir es:



← La mejor manera de entender este dibujo...

← ... es pensarlo así.

O sea, como si fuera una especie de carrito a chorro o algo por el estilo. El considerar que la fuerza F está generada por la acción de la cañita voladora hace que el asunto se entienda mejor. Ahora, con esta idea en la cabeza, quiero que te imagines que bajo la acción de esta fuerza el cochecito recorre una distancia d.



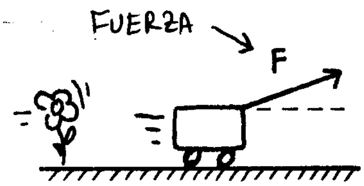
Esta es la distancia recorrida por la acción de la fuerza.

Durante todo el trayecto F se mantiene constante y el carrito va acelerando.
El trabajo que realizó la fuerza efe al moverse la distancia d se calcula haciendo la cuenta efe por de. (Esto es una definición).
Al trabajo realizado por una fuerza se lo suele poner con la letra **L.** (Dicen que viene de Laborum). Me queda.

$$\boxed{L = F \cdot d}$$

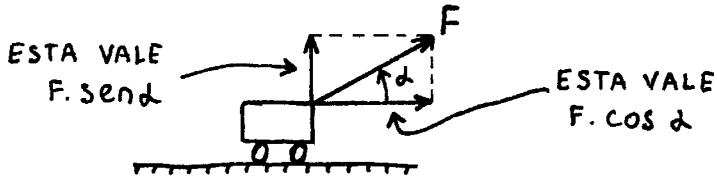
← Trabajo de la fuerza F.

Esto vale cuando la fuerza se mueve en al misma dirección del desplazamiento.
Pero podría pasar que la fuerza esté inclinada con respecto a la distancia d.
Fijate:



← Ahora la fuerza está inclinada.

Lo que hago en este caso es descomponer a F en dos direcciones: una así $\rightarrow$, y otra así $\uparrow$. Veamos. Si F forma un ángulo α con la distancia d tengo:



La fuerza así: $\uparrow$ **NO** realiza trabajo. El cuerpo no se mueve en la dirección vertical. (No se levanta del piso).
La componente que va así $\rightarrow$ **SÍ** hace trabajo, porque recorre la distancia d.
Como esta componente vale $F \cdot \cos\alpha$, el trabajo que realiza vale:

$$L = \underbrace{F \cdot \cos\alpha}_{F\ horizontal} \cdot d$$

O, lo que es lo mismo:

$$\boxed{L = F \cdot d \cdot \cos\alpha} \longleftarrow \text{Trabajo de una fuerza.}$$

Fuerza aplicada al cuerpo. Distancia recorrida. Ángulo entre F y d.

Atento. Esta es la hiper-archifamosa expresión que da el trabajo realizado por una fuerza efe. En esta fórmula **F** es la fuerza que actúa, **d** es la distancia que recorre y alfa (MUY IMPORTANTE) es el ángulo formado por la fuerza y la distancia d.

Ahora, fijate esto. La distancia d da la dirección de desplazamiento. Quiero decir, d apunta para donde se está moviendo el cuerpo. Dicho de otra manera, la distancia d es un vector. Este vector d siempre apunta para el lado donde va la velocidad.

Entonces, aprendete esta conclusión muy importante:

EL ANGULO ALFA QUE VA EN LA FORMULA L = F.d . cos α ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA Y LA DISTANCIA d .

ESTO ES LO MISMO QUE DECIR QUE ALFA ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA Y LA VELOCIDAD QUE TIENE EL CUERPO.

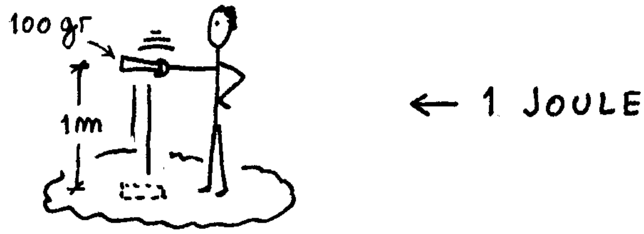
← VER

¿ EN QUÉ SE MIDE EL TRABAJO DE UNA FUERZA ?

El trabajo es $F \times d$, de manera que se medirá en unidades de Fuerza por unidades de distancia. La fuerza la pongo siempre en Newtons. La distancia va en metros. Así que las unidades de trabajo son:

$$[\,L\,] = N \cdot m \qquad \leftarrow \quad \text{Joule.}$$

Pregunta: ¿ Qué tan grande es un trabajo de 1 joule en la realidad real ?.
Bueno, 1 Joule es el trabajo que realiza una fuerza de 1 Newton cuando se desplaza 1 metro. Como 1 N son más o menos 0,1 kilogramos fuerza, si vos tenés algo que pese 100 gramos y lo elevás a 1 m de altura, el L que realizaste vale 1 Joule.
En la práctica al levantar una calculadora a una altura de 1 metro, estás haciendo un trabajo aproximado de 1 Joule.

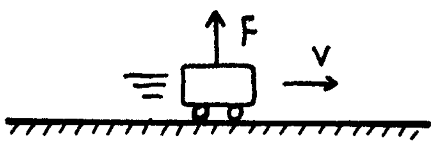


ALGUNAS ACLARACIONES (Ver !)

La fuerza es un vector, sin embargo el trabajo **no es un vector**. No tiene ni dirección, ni sentido, ni módulo, ni nada de eso. No puedo explicarte por qué esto es así.
Por ahora solamente tomalo como que es así.

IMPORTANTE 1:
Sólo puede haber L cuando una fuerza se mueve. Una fuerza quieta **no puede realizar trabajo**.

IMPORTANTE 2:
Hay fuerzas que no realizan trabajo aún cuando se estén moviendo. Es el caso de las fuerzas que se trasladan en forma perpendicular a la trayectoria.

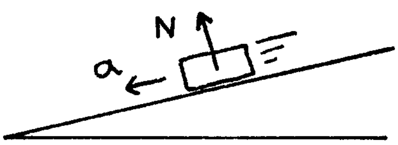


← F no hace trabajo.

Esto puedo entenderlo viendo que en realidad, F no se está moviendo en la dirección vertical. No hay distancia recorrida en esa dirección (⇒ no hay L).

Visto de otra forma, puedo decir que el ángulo que forma F con d vale 90° (F 90°) y coseno de 90° es cero, así que $F \cdot d \cdot \cos 90°$ me da cero.

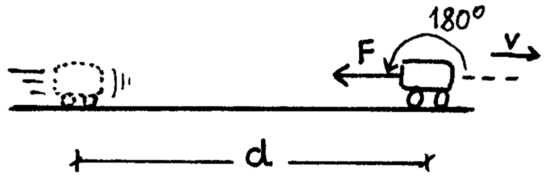
Para un cuerpo que cae por un plano inclinado, la normal es ⊥ a la trayectoria, así que tampoco hace trabajo.



← La normal no hace trabajo en este caso.

IMPORTANTE 3:

Una fuerza puede realizar trabajo negativo. Esto pasa cuando el cuerpo va para allá →, y la fuerza va para allá ←. (Es decir, la fuerza va al revés del desplazamiento).



← F hace trabajo negativo.

Esto se puede entender viendo que el ángulo que forma la fuerza es en realidad 180° .

Coseno de 180° es -1, ⇒ el producto $F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 180°}_{-1}$ da con signo negativo.

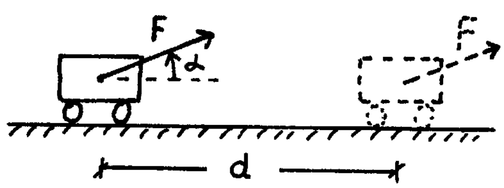
Ahora, pensemos un poco. ¿ Que fuerza suele ir al revés de la velocidad ?.
Rta: El rozamiento. Generalmente F_{roz} apunta al revés de como se está moviendo el cuerpo. Por eso, casi siempre el trabajo de la F_{roz} es **negativo**.

← F_{roz} haciendo un trabajo ⊖.

Ultima aclaración: La palabra trabajo, en física, no se usa con el mismo sentido que se usa en la vida diaria.
Uno puede decir: "Uf !. ¡ Resolver este problema me costó un trabajo terrible !
Nada que ver: acá no hay una fuerza **F** que recorrió una distancia **d**...

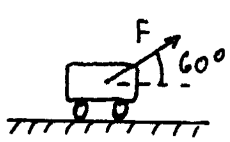
Ejemplo

PARA LOS DISTINTOS VALORES DEL ANGULO ALFA, CALCULAR EL TRABAJO DE LA FUERZA F AL RECORRER LA DISTANCIA d. EN TODOS LOS CASOS F = 10 N Y d = 10 m.
a) $\alpha = 60°$, b) $\alpha = 60°$ hacia abajo, c) $\alpha = 90°$, d) $\alpha = 180°$.



Lo que hago es aplicar la definición de trabajo de una fuerza en cada uno de los casos. Tengo:

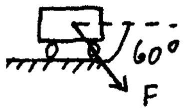
Caso a) - Alfa = 60°



$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \underbrace{\cos 60}_{0{,}5} = 50\text{ Joule}$$

<u>Caso</u> b). Alfa = 60° con la fuerza apuntando para abajo : ⟶

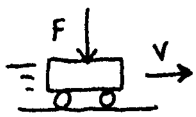


El ángulo α es siempre el que forma la fuerza F con la distancia d.
En este caso alfa es 60° . $L = F \cdot d \cdot \cos\ \alpha$ Entonces:

$$\Rightarrow L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \cos 60°$$

$$\boxed{\Rightarrow L = 50\text{ Joule}}$$

<u>Caso</u> c) Fuerza formando 90°



$$L = F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 90°}_{0}$$

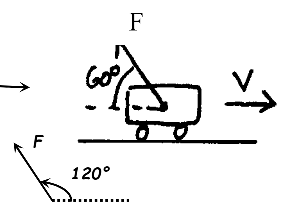
$$\Rightarrow \boxed{L = 0}$$

<u>Caso</u> d) $\alpha = 180°$

$$L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \underbrace{\cos\ 180°}_{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = -100\text{ Joule}}$$

Inventemos un caso más. Pongamos ahora la
Fuerza apuntando de la siguiente manera:
El ángulo que forma la fuerza F es de 120°



$$L = 10\,N \cdot 10\,m \cdot \underbrace{\cos(120°)}_{0{,}5}$$

$$\Rightarrow \quad L = -50\text{ Joule}$$

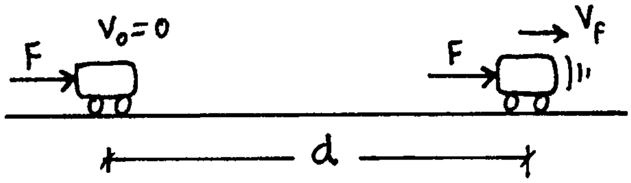
Otra manera de hacer este ejemplo es tomar el ángulo de 60° que la fuerza forma con la distancia **pero poniéndole a todo signo menos**. Le pongo de entrada el signo negativo porque veo que la fuerza está frenando al cuerpo.

$$L = -\,(\,10\,N \cdot 10\,m \cdot \underbrace{cos(60°)}_{0,5}\,)$$

$$L = -50\ Joule \qquad (\text{ Dio lo mismo }).$$

ENERGÍA CINÉTICA

La cosas que se mueven tienen energía cinética. ¿ Qué quiere decir esto ? Quiere decir lo siguiente: Supongamos que tengo un cuerpo que está quieto. Lo empiezo a empujar y comienza a moverse. Ahora tiene velocidad y por lo tanto, energía cinética.



¿ De dónde salió esa energía que el tipo tiene ahora ? RTA.: Salió del trabajo que hizo la fuerza F. Todo el trabajo $F \cdot d$ se transformó en energía cinética. Veamos cuánto vale esa E_c . El trabajo realizado por F vale $F \cdot d$, entonces:

$$L = F \cdot d$$

$$\Rightarrow L = \underbrace{m \cdot a}_{F} \cdot d$$

La aceleración que tiene el carrito la calculo con la ecuación complementaria. La ecuación complementaria de cinemática decía::

$$v_f^{\,2} - \cancel{v_0^{\,2}} = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow\ a = \frac{v_f^{\,2}}{2 \cdot d}$$

Reemplazando esto en $L = m \cdot a \cdot d$:

$$L = m \cdot \frac{v_f^{\,2}}{2 \cdot \cancel{d}} \cdot \cancel{d}$$

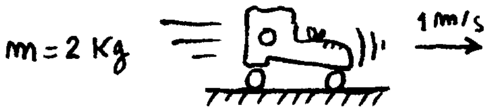
$$\Rightarrow \qquad L = \tfrac{1}{2}\, m \cdot v_f^{\,2}$$

Pero este trabajo realizado es la energía cinética que el tipo adquirió. Entonces:

$$\boxed{Ec = \tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2} \qquad \leftarrow$$

Energía cinética que tiene un cuerpo que se está moviendo.

Ejemplo Un objeto de m = 2 Kg se mueve con v = 1 m/s. Calcular su E_c .

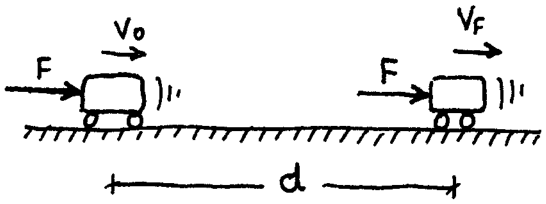


$$Ec = \tfrac{1}{2} \cdot 2\,Kg \cdot \left(1\, m/s \right)^2 = 1\ Joule.$$

Fijate que las unidades son Kg · m ^{2}/s ^{2} que es lo mismo que N · m, que es Joule. Trabajo y energía se miden en las mismas unidades. (Joule).
¿ Casualidad ?
No. Justamente NO. Trabajo y energía son, en cierta medida, la misma cosa. Cuando una fuerza actúa a lo largo de una distancia d, ese trabajo se invierte en energía cinética. De la misma manera, cuando un cuerpo viene con una determinada energía cinética, se necesitará el trabajo de una fuerza para frenarlo.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Supongamos que un cuerpo se viene moviendo con velocidad inicial V_o . En ese momento se prende una cañita voladora y el tipo empieza a acelerar.



EL CUERPO ACELERA POR ACCION DE LA FUERZA F.

El carrito en su movimiento acelerado recorre una distancia d. El trabajo realizado por F vale L = F . d. Pero como por 2da ley de Newton F = m . a, me queda :

$$L_F = F \cdot d$$

$$\Rightarrow \quad F \cdot d = m \cdot a \cdot d$$

El cuerpo al ser empujado por una fuerza tiene un MRUV. Entonces puedo plantear la ecuación complementaria :

$$v_f^{\,2} - v_o^{\,2} = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow \ a = \frac{v_f^{\,2} - v_o^{\,2}}{2d}$$

Reemplazando:
$$F \cdot d = m \cdot \frac{v_f^{\,2} - v_O^{\,2}}{2 \cdot \cancel{d}} \cdot \cancel{d}$$

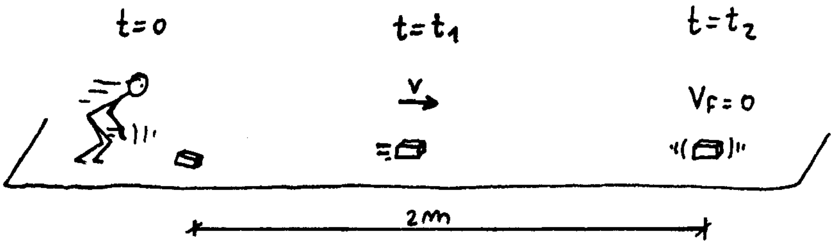
VER

$$\boxed{\underbrace{F \cdot d}_{L_F} = \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}}_{Ec_f} - \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_O^{\,2}}_{Ec_O}}$$

Teorema del trabajo y la Energ.cinética.

Esto se lee de la siguiente manera: Al principio el tipo tenía una energía cinética inicial . (($E_{C0} = \frac{1}{2}\, m \cdot V_0^{\,2}$). Después de actuar la fuerza, tiene una energía cinética final ($= \frac{1}{2}\, m \cdot V_f^{\,2}$). La diferencia entre estas dos energías es el trabajo realizado por la fuerza F .

Ejemplo SE TIRA UN LADRILLO AL SUELO CON VELOCIDAD V = 10 m/s. SABIENDO QUE SE FRENA DESPUÉS DE RECORRER 2 m, CALCULAR EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO. $m_{\text{LADRILLO}} = 1$ kg.



Lo que tengo es esto.

El ladrillo recorre 2 m hasta que se frena. Voy a ver qué fuerzas actúan mientras se está frenando. Hago el diagrama de cuerpo libre:

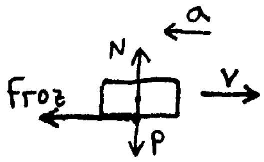


Diagrama de cuerpo libre.

La fuerza de rozamiento es la que hace que el tipo se vaya frenando. El peso y la normal **no hacen trabajo**. Entonces uso el teorema del trabajo y la energía cinética. Planteo que el trabajo de la fuerza de rozamiento tiene que ser igual a la variación de la energía cinética. Veamos:

$$L_{F_{ROZ}} = \Delta E_c$$

VER

$$-F_{roz}\cdot d = \underbrace{\cancel{\tfrac{1}{2}\, m\cdot v_f^{\,2}}}_{0} - \tfrac{1}{2}\, m\cdot v_0^{\,2}$$

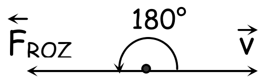
$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{m\cdot v_0^{\,2}}{2\cdot d}$$

$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{1Kg\cdot(10\ m/s)^2}{2\cdot 2m}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{roz} = 25\,N}$$

Fuerza de rozamiento que actuó.

<u>Fijate que</u>: El trabajo de la fuerza de rozamiento es (-) . Eso pasa porque la velocidad va para allá →, y la fuerza de rozamiento va para el otro lado.
A esta misma conclusión llego si hago este dibujito:



$$L_{roz} = F \cdot d \cdot \overbrace{\cos(180^\circ)}^{-1}$$

Este problema se podría haber resuelto combinando cinemática con dinámica:

$$\cancel{v_f^{\,2}} - v_0^{\,2} = 2 \cdot a \cdot d \quad \longleftarrow \text{ Ec. complementaria.}$$

$$\Rightarrow L_{roz} = - F \cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{-v_0^{\,2}}{2 \cdot d}$$

Usando que $F = m \cdot a$:

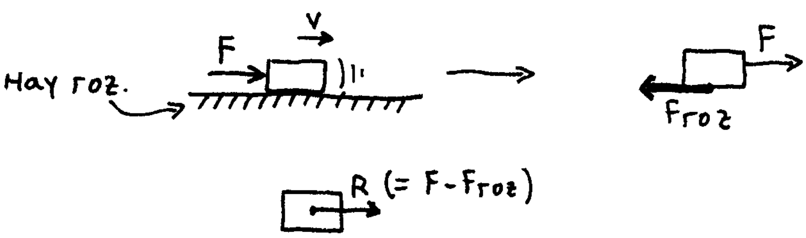
$$\Rightarrow \; F_{ROZ} = -\frac{m \cdot v_0^{\,2}}{2 \cdot d} \qquad \longleftarrow \text{ Mismo resultado anterior.}$$

Trabajo y energía me permite resolver problemas de cinemática y dinámica por otro camino. Es más, hay algunos problemas que sólo pueden resolverse usando L y energía.

(Éste por ejemplo $\rightarrow$ )

El teorema del trabajo y la energía cinética se usa sólo cuando tengo planos horizontales. Pero a veces puedo tener planos inclinados o montañas así:

En estos casos conviene usar el teorema del trabajo y la energía **<u>mecánica</u>**. (Que viene después). Lo mismo va para problemas en donde haya resortes.
El teorema del trabajo y la energía fue deducido para un cuerpo que tiene 1 sola fuerza aplicada. ¿ Y si tengo más de una fuerza, qué hago ? .
<u>Rta</u> :Bueno, en ese caso calculo la resultante de todas las fuerzas que actúan:



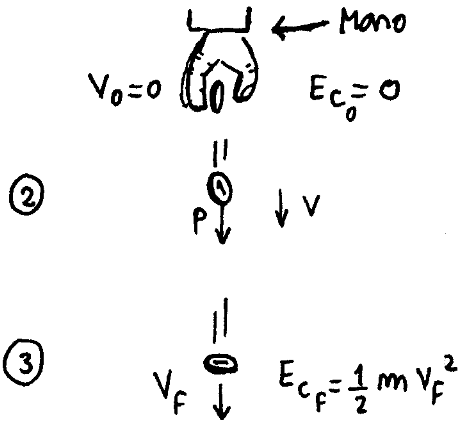
Ahora tengo un cuerpo que tiene una sola fuerza aplicada (la resultante) y puedo usar el teorema.

Energía mecánica - Conservación de la energía

ENERGÍA POTENCIAL

Suponé que sostengo una cosa a 1 m del piso y la suelto. Va dibujo :

Al principio la cosa tiene velocidad inicial cero. Pero resulta que cuando toca el piso tiene una velocidad V_{final}. Es decir que, inicialmente, la energía cinética vale cero porque V_0 vale 0 y al final NO. (V_f no es cero).



Pregunto: Al principio la energía era cero y al final no. ¿ Entonces quién le entregó energía al cuerpo ?
Yo no fui porque el cuerpo cayó solo (yo no lo empujé para abajo).
La respuesta a esta pregunta es: La fuerza Peso es la que le dio energía al cuerpo.
El peso recorrió una distancia de 1 m e hizo un trabajo que vale: $L_{Peso} = P \cdot 1\ m$.
Ese trabajo se convirtió en energía cinética.

La conclusión que saco de acá es que un cuerpo que está a una determinada altura tiene energía. Esa energía es igual al trabajo que la fuerza peso puede realizar si se deja caer al cuerpo desde esa altura.
Entonces, importante:

> Los cuerpos que están a una cierta altura del piso tienen energía. Esa energía se llama "Energía Potencial". El valor de la Energía potencial es igual al trabajo que la fuerza peso puede realizar si se deja caer al cuerpo desde esa altura.

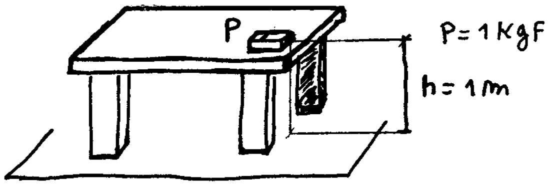
⇦ ENERGÍA POTENCIAL

Ahora:¿ Cuánto vale el trabajo que puede realizar la fuerza peso ?
Bueno, el trabajo realizado por una fuerza es $F \times d$. En este caso la fuerza es el peso y la distancia es la altura hache. Por lo tanto, si se suelta un peso **P** desde una altura **h**, el trabajo valdrá pe por hache. Tonces:

$$\boxed{E_p = P \cdot h \quad ó \quad m \cdot g \cdot h}$$ ← Energía potencial que tiene un cuerpo de peso **P** que está a una altura **h**.

Ejemplo

Calcular la E_{pot} del cuerpo que está arriba de la mesa.



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow E_p = 1\,Kg\,.10\,\frac{m}{s^2} \times 1\,m$$

$$\Rightarrow \underline{E_p = 10\,Joule}$$ ⇐ **Energía Potencial Que tiene el objeto**

Fijate lo siguiente: la energía potencial se mide en Joules, como la energía cinética. Todas las energías se miden en Joules. (Como la eléctrica, o la calórica, por ejemplo). Esta E_{pot} que tiene el objeto es **se mide respecto al piso**. Al calcular energías potenciales, uno <u>siempre tiene que indicar el nivel de referencia</u>, es decir, el lugar desde donde uno empieza a medir la altura. En los problemas, ese lugar es siempre el piso-piso.

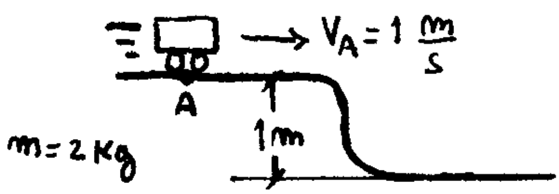
<u>ENERGÍA MECÁNICA DE UN SISTEMA</u> (Ver)

La E_m de un sistema es la suma de la energía cinética, más la potencial que el tipo tiene en ese momento. (Esto es una definición). Es decir:

$$\boxed{E_m = E_c + E_p}$$ ← Energía mecánica.

<u>**Ejemplo**</u>

CALCULAR LA ENERGÍA MECÁNICA DEL CARRITO EN EL PUNTO A. EL CUERPO TIENE MASA 2 KG, ESTÁ A UNA ALTURA DE 1 m DEL PISO Y SE ESTÁ MOVIENDO CON UNA VELOCIDAD DE 1 m/seg.



Solución: La energía mecánica del carrito en el punto **A** va a ser la suma de la energía cinética + la Energía potencial. Entonces:

$$E_{MA} = E_{CA} + E_{PA}$$

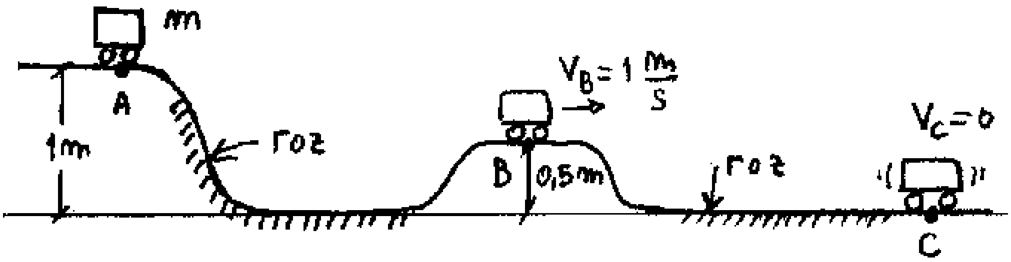
$$\Rightarrow E_{mA} = \tfrac{1}{2}\,2\,Kg\cdot(1\,m/s)^2 + 2\,Kg\,.10\,\frac{m}{s^2}.1m$$

$$\Rightarrow \underline{E_{mA} = 21\ \text{Joule}}$$

* NOTA : El verdadero nombre de la energía potencial es "Energía potencial **gravitatoria**". La gente directamente la llama "energía potencial " para abreviar. Pero la palabra "gravitatoria" es importante. Te está diciendo que esa energía depende de la gravedad. Si vos sacás la gravedad, ya no hay energía potencial.

Otro ejemplo

SE EMPUJA AL CARRITO DANDOLE VELOCIDAD DE MANERA QUE SU ENERGIA CINETICA INICIAL ES DE 0,2 JOULE. El CARRITO CAE LUEGO POR LA PENDIENTE. CALCULAR LA E_{MEC} DEL CARRITO EN LOS PUNTOS A, B Y C. DATOS: m = 1 Kg TOMAR g = 9.8 M/S²



EN EL PUNTO A:

La energía mecánica en el punto **A** va a ser: $E_{MA} = E_{CA} + E_{PA}$

$$\Rightarrow E_{m\,A} = 1\,Kg\,.\,9{,}8\,\frac{m}{s^2}.1\,m + 0{,}2\ \text{Joule}$$

$$\Rightarrow \underline{E_{m\,A} = 10\ \text{Joule}}$$

EN EL PUNTO B:

$$E_{MB} = E_{CB} + E_{PB}$$

$$\Rightarrow E_{m\,B} = \tfrac{1}{2}\,m\cdot v_B{}^2 + m\cdot g\cdot h_B$$

$$\Rightarrow E_{m\,B} = \tfrac{1}{2}1Kg\cdot(1\,m/s)^2 + 1Kg\cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}5m$$

$$\Rightarrow \underline{E_{m\,B} = 5{,}4\ \text{Joule}}$$

PREGUNTA: El carrito tiene una energía mecánica de 10 Joule en A y de 5,4 Joule en B. ¿ Dónde están los 4,6 Joule que faltan ?

RESPUESTA: Se los comió el rozamiento que hay entre A y B.

EN EL PUNTO C:

$$E_{Mecanica\ C} = E_{cin\ C} + E_{Pot\ C}$$

$$E_{MC} = 0 + 0$$

$$E_{MC} = 0$$

La Energía Mecánica en C me dio CERO. Es decir, en el punto **C** el carrito no tiene energía mecánica. Esto pasa por que en C su velocidad es cero y su altura es CERO. Igual que antes, toda la energía mecánica que el tipo tenía en B (que eran 5,4 J) fue comida por el rozamiento.
¿ Pero cómo ?... ¿ Entonces hay energía que se perdió ?
¿ No era que la energía siempre se conservaba ?...
¿ No era que la energía no se perdía, sino que sólo se transformaba de una forma en otra ?
Rta: Y bueno, justamente. Toda la energía mecánica que el tipo tenía se transformó en calor. El calor también es energía (energía calórica).

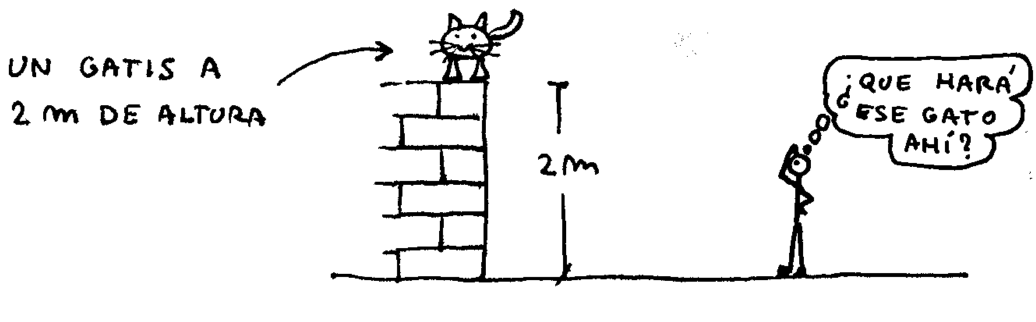
FUERZAS CONSERVATIVAS

Una fuerza es conservativa si cuando ella actúa la energía **mecánica** del sistema **no cambia**. O sea, una fuerza conservativa hace que la energía mecánica se conserve. (De ahí viene el nombre).
Es decir, yo tengo un sistema con una determinada energía mecánica inicial. Digamos 100 Joules. Ahora hago que actúe la fuerza. Supongamos que cuando la fuerza dejó de actuar, la E_{mec} del sistema es otra vez 100 Joules. Entonces digo que esta fuerza es **una fuerza conservativa**.

¿ Cómo es esto de que una fuerza puede actuar sin que la energía mecánica del sistema aumente o disminuya ? Veamos.

FUERZA CONSERVATIVA PESO

Suponé que tengo un cuerpo que está a 2 m de altura. Inicialmente su energía potencial vale m . g . h . Ahora... Si el tipo se deja caer desde ahí arriba qué pasa ?



Bueno, a medida que va cayendo va perdiendo energía potencial. Pero atención con esto: O.K. , Pierde energía potencial... ¡ pero va **ganando** energía cinética ! Vamos a hacer unas cuentas. Por ejemplo, suponé que la masa del gatis es 1 Kg. Tomo la gravedad g = 9,8 m/s^2. Su energía potencial inicial vale:

$$E_{Pot\,0} = m \cdot g \cdot h = 1Kg \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 2m = 19{,}6\ \text{Joule.}$$

Por cinemática sé que la velocidad final con la que toca el suelo un cuerpo que se deja caer desde una altura h es:

$$v_f^{\,2} - \cancel{v_0^{\,2}} = 2 \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 2m}$$

$$\Rightarrow v_f = 6{,}26\frac{m}{s}$$

Entonces cuando el tipo toque el suelo su energía cinética será:

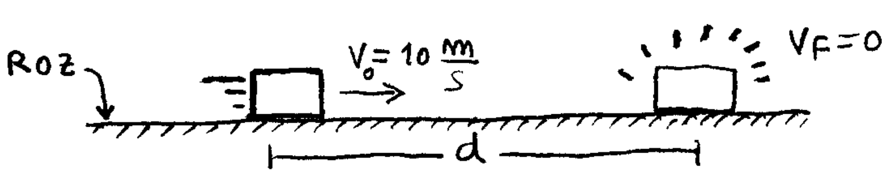
$$E_{c\,f} = \tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2} = \tfrac{1}{2} 1Kg \cdot (6{,}26\,m/s)^2 = 19{,}6\ J.$$

Es decir, toda la E_{pot} se transformó en cinética al final. La fuerza peso no hizo ni que se ganara ni que se perdiera energía **mecánica**. La fuerza peso, lo único que hizo fue **transformar** toda la E_{pot} del principio en energía cinética. Pero la mecánica no cambió. Era 19,6 al principio y es 19,6 al final.

Conclusión: La energía mecánica no se modificó. Se mantuvo igual. **Se conservó**.
Digo entonces que la fuerza peso es una fuerza **conservativa**.

1ª FUERZA NO CONSERVATIVA: El Rozamiento

Suponé que tiro un ladrillo por el piso con una velocidad de 10 m/s. Si hay rozamiento, después de recorrer unos metros se va a parar. Hagamos un dibujito del asunto.



Inicialmente el tipo venía con v = 10 m/s y su energía cinética era ½ m . (10 m/s)^2.
Al final, el tipo queda quieto y su energía cinética final es cero. (CERO)
Pregunto: ¿ Dónde fue toda la energía que el tipo tenía al principio ?
A ver, pensemos un poco : El rozamiento hizo que el ladrillo se frenara. El sistema perdió energía. La E_{mec} no se conservó. Se la comió el rozamiento. Por lo tanto:

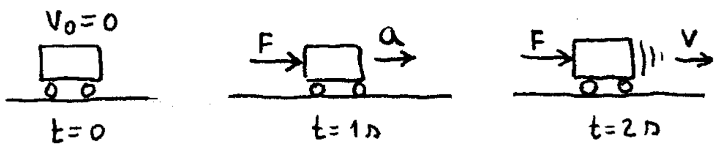
El rozamiento es una fuerza NO conservativa

2da <u>FUERZA NO CONSERVATIVA: Una Fuerza Exterior</u>.

Sin hilar finito, una fuerza exterior es una fuerza que viene de afuera. Es una fuerza que nadie sabe quién la hace y no se aclara de donde viene. El dibujito sería así:

← Una fuerza exterior.

Podés imaginarte a esta Fuerza exterior como la fuerza que hace una cañita voladora o un tipo que empuja con la mano o el viento o algo así.
Suponé que el carrito está quieto y la fuerza exterior F empieza a actuar.
¿ Qué pasa ?
Pasa que el carrito se empieza a mover. (Empieza a acelerar).



← F empuja y el tipo se mueve.

Inicialmente la E_{cin} del carrito vale <u>cero</u> y al final <u>NO</u>.
Entonces, pregunto: ¿ Quién hizo que aumentara la energía del sistema ?
<u>RTA</u>: La fuerza F. Efe recorrió una distancia d, hizo un trabajo que vale **F.d** y entregó ese trabajo al carrito.
Ahora el tipo lo tiene almacenado en forma de energía cinética.
F entregó energía al sistema. La E_{mec} aumentó y no se conservó. Por lo tanto, **una fuerza exterior es una fuerza <u>NO</u> conservativa**.

<u>FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS</u> - <u>RESUMEN</u>

Básicamente y sin hilar fino, digamos que en la mayoría de los problemas, salvo el rozamiento y una fuerza F exterior, todas las demás fuerzas terminan siendo conservativas. Es decir, o son conservativas o a la larga no realizan trabajo.
Saber esto viene bien para resolver los problemas.
Hay más fuerzas conservativas y hay más fuerzas no-conservativas, pero para lo que vos tenés que saber, con esto alcanza.

Vamos ahora a algo importante. Es la famosa ecuación de conservación de la energía. Ecuación que vas a usar para resolver los problemas.

<u>TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA</u> (<u>Importante</u>)

Con la cuestión de fuerzas conservativas y no conservativas llegué a la siguiente conclusión: Hay dos casos posibles: o sobre el sistema actúan fuerzas conservativas o sobre el sistema actúan fuerzas no conservativas. Esas son las 2 posibilidades. Esos son los 2 tipos de problemas que te pueden tomar. Analicemos los 2 casos:

CASO UNO

Actúan sólo fuerzas conservativas y se conserva la E mecánica del sistema.

Si sobre el sistema dado sólo actúan fuerzas conservativas (Es decir, no actúa ni el rozamiento ni una Fuerza exterior). $\xrightarrow{\text{Se cumple}}$ $\Delta E_{mec} = 0$ $\xrightarrow{\text{Es decir}}$ $\boxed{E_{mf} = E_{m0}}$

La energía mec. no varía.

CASO DOS:

Actúan fuerzas no conservativas. La energía mecánica no se conserva. Ahora va a haber una disminución o un aumento de la E_{mec} del sistema.

Si sobre el sistema dado actúan fuerzas no conservativas (Es decir el roz o una Fuerza F exterior). $\xrightarrow{\text{Se cumple}}$ $\Delta E_{mec} \neq 0$ $\xrightarrow{\text{Es decir}}$ $\boxed{E_{mf} \neq E_{m0}}$

La energía mec. varía.

¿ Quién provocó ese cambio en la energía del sistema ?
Bueno, eso ya quedamos en que fue la fuerza no conservativa. La fuerza no conservativa (sea el rozamiento o una fuerza exterior F) realizó un trabajo que hizo que aumentara (o disminuyera) la E_{mec} del sistema.

Ahora bien... ¿ Y cuánto vale esa variación de la Energía mecánica ?
Rta: ¡ Justamente vale el trabajo que hizo la fuerza no conservativa !

Es decir, si tengo un sistema que tiene una energía mecánica de 100 Joule y después de que actuó una fuerza exterior veo que la energía mecánica es de 120 J, digo entonces que el trabajo que hizo la fuerza exterior vale 20 Joule.

Conclusión: (Muy importante).

VER ⇨

El trabajo realizado por la fuerza no conservativa es igual a la variación de la energía mecánica del sistema.

← ENUNCIADO DEL TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA.

En forma de fórmula esto se suele poner así:

$$\boxed{L_{F\ No\text{-}Cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}} \Leftarrow$$

Teorema del L y la E. Mecánica.

Esta fórmula se lee así: En un sistema donde actuó una fuerza no conservativa, la energía que falta (o sobra) con respecto a la E_{mec} que había al principio es igual al trabajo que hizo la fuerza no-conservativa. (Punto).

¿ CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE TRABAJO Y ENERGÍA ?

Bueno, si pensás un poco te vas a dar cuenta de que hay 2 casos posibles. Fijate:

1) - Problemas en donde **se conserva** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso 1.
2) - Problemas en donde **NO se conserva** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso 2 .

Si los tipos te toman un problema en el examen, éste tendrá que ser caso 1 o caso 2. Otra posibilidad no hay. Es decir que tengo estas dos situaciones:

Tipo de Problema		Conclusión	Se plantea que:
Caso 1	Sólo actúan fuerzas **conservativas**, es decir, no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza exterior.	La energía mecánica del sistema se conserva. La energía mecánica final será igual a la inicial.	$E_{mec\,f} = E_{mec0}$
Caso 2	Actúa por lo menos una fuerza **NO conservativa**, es decir, el rozamiento o una fuerza exterior F.	La energía mecánica del sistema NO se conserva. La energía mecánica final NO será igual a la inicial.	$L_{F\ no\ cons} = E_{mf} - E_{m0}$

Supongamos que te toman un problema caso 1. Tu manera de razonar tiene que ser algo de así:
Bueno, en este problema veo que no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza F exterior. Todas las fuerzas parecen ser conservativas. No hay fuerzas NO conservativas. Entonces la energía mecánica se tendrá que conservar. Lo que tengo que plantear es que:

$$E_{mec\ inical} = E_{mec\ final}$$

Ahora elijo el nivel cero de energía potencial y escribo:

$$E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf}$$

Tacho las energías que son cero y reemplazo las otras por lo que corresponda.
Es decir, reemplazo la E_c por $\frac{1}{2}\, m \cdot v^2$ y la E_p por $m \cdot g \cdot h$. Haciendo cuentas despejo lo que me piden.

Supongamos que te cae un <u>caso 2</u>. Tu manera de razonar tiene que ser algo así: Bueno, veo que en este problema actúa una fuerza NO conservativa que es el rozamiento (o una fuerza F exterior). De acá saco como conclusión que en este problema la energía mecánica **no se va a conservar.** Voy a plantear entonces que:

$$L_{F\,no\,cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}$$

Ahora elijo el nivel de referencia para la energía potencial y escribo que:

$$L_{F\,no\,cons} = \overbrace{E_{cf} + E_{pf}}^{E\,m_f} - (\overbrace{E_{c0} + E_{p0}}^{E\,m_0}$$

Se tachan las energías que son cero, se reemplaza todo lo demás por los datos del problema y de ahí uno despeja lo que le piden.

* <u>NOTA</u> : Para el caso 1 y para el caso 2:
Algunos problemas tienen varios tramos. Eso pasa mucho en los problemas de montañas rusas de este tipo:

En estas situaciones puede ser que haya que plantear el teorema del trabajo y la energía mecánica varias veces (Por ejemplo 1ro entre A y B y después entre B y C). En ese caso habrá varios estados iniciales y varios estados finales, de manera que en vez hablar de E_{m0} convendrá hablar de E_{mA} (por ejemplo) y en vez de poner E_{mf} va a ser mejor poner E_{mB} .(Esto sería cuando planteo el teorema entre A y B).
Cuando lo planteo entre B y C pondré E_{mB} en vez de E_{m0}, y E_{mC} en vez de E_{mf}.

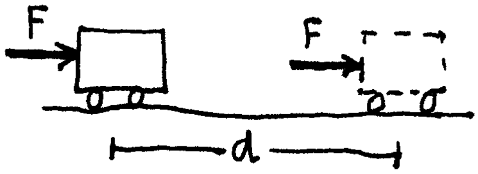
<u>UNA ULTIMA COSA</u>:

Para entender bien todo el tema de trabajo y energía no alcanza con leerlo de acá. Tenés que ponerte y resolver muchos problemas. Es la única manera.
Más adelante vas a ver que en realidad todos los problemas se parecen y que todo el asunto consiste en plantear la ecuación $E_{m\,f} = E_{m\,0}$ para los problemas caso **1** y la ecuación $L_{F\,no\,cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}$ para los problemas caso 2.

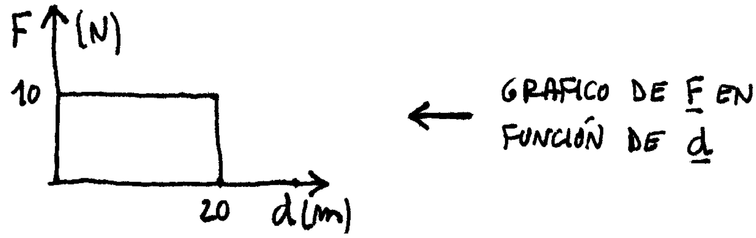
Fin Fuerzas no conservativas

EL AREA DEL GRAFICO DE F EN FUNCION DE d ES EL L REALIZADO

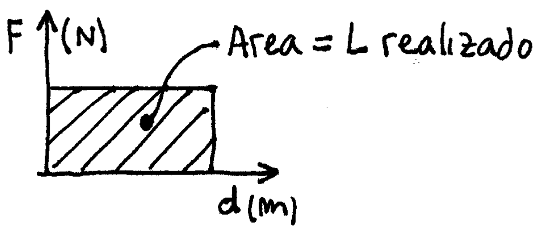
Suponete que tenés un carito que tiene una fuerza aplicada. La fuerza empuja y el carrito acelera. Al moverse la fuerza F está realizando un trabajo.



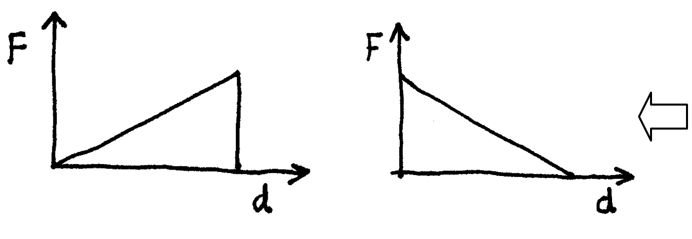
Supongamos que te dan el grafico que muestra cómo varia la fuerza aplicada sobre el carrito en función de la distancia recorrida. Si la fuerza vale 10 Newtons y la distancia recorrida es de 20 m (por ejemplo), el gráfico va a dar algo así :



Pensá esto: Quiero calcular el trabajo realizado por F... ¿ que puedo hacer ?
<u>Rta</u>: Para calcular L tengo que multiplicar la fuerza por la distancia recorrida. Quiere decir que la cuenta que tengo que hacer es $F \times d$. En este caso esa cuenta da 200 $N \times m$. Bárbaro. Pero si mirás un poco el gráfico te vas a dar cuenta que el valor $F \times d$ es e**<u>l área del grafico</u>**.

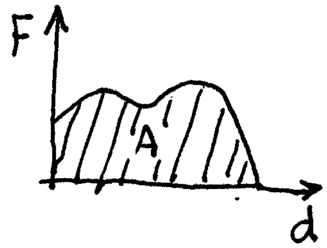


El área del grafico (= Base × altura) también da 200 Joule. Este resultado de que el área del gráfico de <u>F</u> en función de **<u>d</u>** es el trabajo realizado vale en el caso de una fuerza constante. Pero si lo pensás un poco, vas a ver que este razonamiento también es válido para fuerzas variables. Por ejemplo, sería el caso de que tuvieras una fuerza que aumentara o disminuyera a medida que el carrito avanza :



EN ESTOS 2 CASOS EL AREA DEL GRAFICO TAMBIEN REPRESENTA EL TRABAJO REALIZADO

Y si hilás un poco mas fino, se puede llegar a comprobar que esto es válido siempre, cualquiera sea el tipo de variación que la fuerza tenga con la distancia.



← EL AREA EN EL GRAFICO DE F EN FUNCIÓN DE d ES EL L REALIZADO

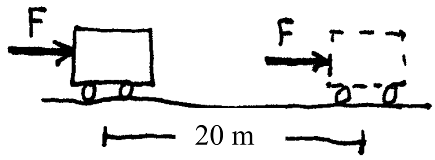
Demostrar esto es un poco complicado porque para hallar el área bajo la curva habría que integrar.

CONCLUSION (IMPORTANTE)

EL AREA DEL GRAFICO DE F EN FUNCION DE d ES EL L REALIZADO ← VER

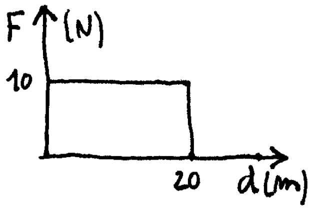
Vamos a uno ejemplo:

UNA FUERZA EMPUJA UN CARRITO DE MASA 2 Kg A LO LARGO DE UNA DISTANCIA DE 20 m. PARA LOS SIGUIENTES CASOS CALCULAR:

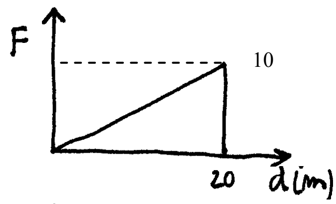


a) - EL TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA.
b) - LA VELOCIDAD DEL CARRITO LUEGO DE RECORRER ESOS 20 m
c) - DESCRIBIR EL MOVIMIENTO DEL CARRITO EN SU RECORRIDO.
SUPONER QUE EL CARRITO ESTA INICIALMENTE QUIETO

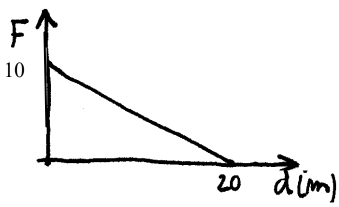
a)



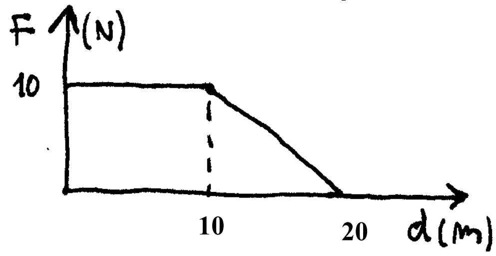
b)



c)

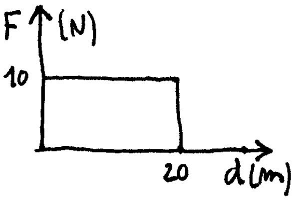


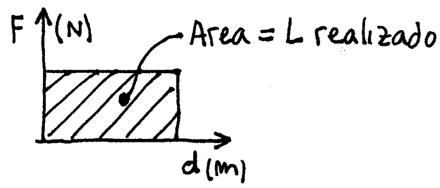
d)



Solución: En cada caso el trabajo realizado por el carrito es el área del gráfico. Entonces calculo el área en cada uno de los casos:

CASO a)





Área = Base $\times$ Altura = 20 m $\times$ 10 N = <u>200 Joule</u>

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

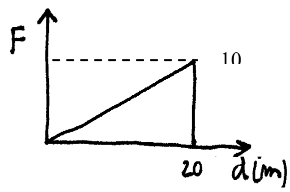
Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

$$\rightarrow L_F = \tfrac{1}{2}\, m\, V_F^2 \quad \rightarrow \quad 200\ J = \tfrac{1}{2}\, 2\ kg\ V_F^2$$

$$\rightarrow \underline{V_F = 14{,}14\ m/s}$$

El movimiento del carrito será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar hasta llegar a la velocidad final de 14,14 m/seg después de recorrer los 20 m.

<u>CASO b)</u> L_F = *Area*



Area = Base $\times$ Altura / 2 = 20 m $\times$ 10 N / 2 = <u>100 Joule</u>

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

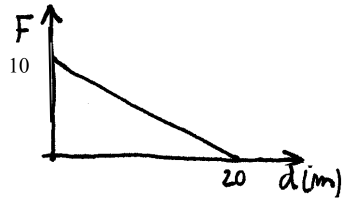
Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

$$\rightarrow L_F = \tfrac{1}{2}\, m\, V_F^2 \quad \rightarrow \quad 100\ J = \tfrac{1}{2}\, 2\ kg\ V_F^2$$

$$\rightarrow \underline{V_F = 10\ m/s}$$

Ahora el movimiento del carrito **<u>NO</u>** será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar cada vez con mayor aceleración hasta llegar a la velocidad final de 10 m/seg después de recorrer los 20 m. La aceleración en este caso no es constante. Es variable. La aceleración aumenta a medida que el carrito avanza. Es una especie de movimiento " variado - variado ".

<u>CASO c)</u>



L_F = *Area*

Area = Base $\times$ Altura / 2 = 20 m $\times$ 10 N / 2 $\rightarrow$

$\rightarrow$ *Area* = <u>100 Joule</u>

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

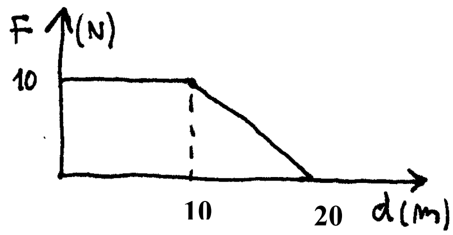
$$\rightarrow L_F = \frac{1}{2}\, m\, V_F^2 \quad \rightarrow \quad 100\ J = \frac{1}{2}\, 2\ kg\ V_F^2$$

$$\rightarrow \underline{V_F = 10\ m/s}$$

Otra vez el movimiento del carrito **NO** será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar cada vez con menor aceleración hasta llegar a la velocidad final de 10 m/seg después de recorrer los 20 m. Otra vez la aceleración no es constante. Es variable. La aceleración disminuye a medida que el carrito avanza. Otra vez es una especie de movimiento " variado - variado " pero ahora con aceleración decreciente hasta hacerse cero cuando el carrito llega a los 20 m.

CASO d)

$$L_F = Area$$



$$Área = Área\ del\ rectángulo + Área\ del\ triángulo$$

$$Área = Base \times Altura + Base \times Altura / 2$$

$$Area = 10\ m \times 10\ N + 10\ m \times 10\ N / 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow Area = 100\ Joule + 50\ Joule$$

$$\rightarrow \underline{Area = 150\ Joule}$$

El trabajo realizado por la fuerza es la variación de la energía cinética. Entonces:

$$L_F = \Delta E_{CIN} = E_{C\,f} - E_{C\,0}$$

Inicialmente el carrito está quieto, entonces $E_{CIN\ Inicial} = 0 \rightarrow L_F = E_{CIN\ final}$

$$\rightarrow L_F = \frac{1}{2}\, m\, V_F^2 \quad \rightarrow \quad 150\ J = \frac{1}{2}\, 2\ kg\ V_F^2$$

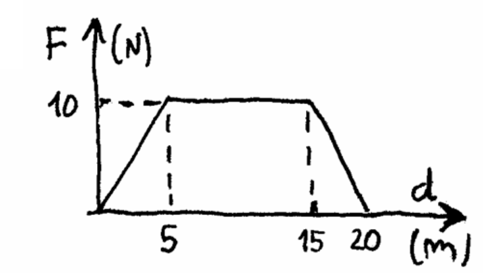
$$\rightarrow \underline{V_F = 12{,}24\ m/s}$$

El movimiento del carrito **NO** será un MRUV. Partirá de $V_0 = 0$ y empezará a acelerar primero con aceleración constante hasta llegar a los 10 m. Después acelerará cada vez con menor aceleración hasta llegar a la velocidad final de 12,24 m/seg después de recorrer los últimos 10 m. Otra vez la aceleración no es constante. Es variable. Y varía de manera bastante rara.

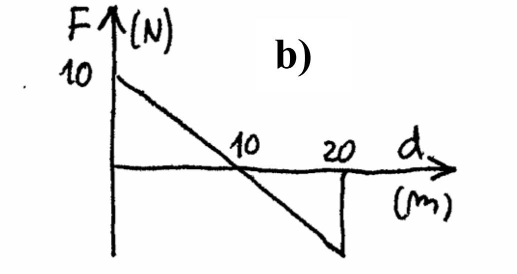
Otros 2 ejemplos importantes:

CALCULAR EL TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA EN LOS SIGUIENTES 2 CASOS. CALCULAR TAMBIEN LA VARIACION DE ENERGIA CINETICA. SUPONER VELOCIDAD INICIAL = 0.

a)



b)



Para el caso a) tengo que calcular el área de los 2 triángulos de los costados y sumársela a la del rectángulo que está en el medio. También puedo usar la fórmula del área de un trapecio que es:

$$A = \frac{(\text{ Base Mayor} + \text{Base menor }) \text{ x Altura}}{2}$$

Me queda:

$$\text{Area} = \frac{(20\,\text{m} + 10\,\text{m})\text{ x } 10\,\text{N}}{2}$$

➔ <u>Área = L = 150 Joule</u>

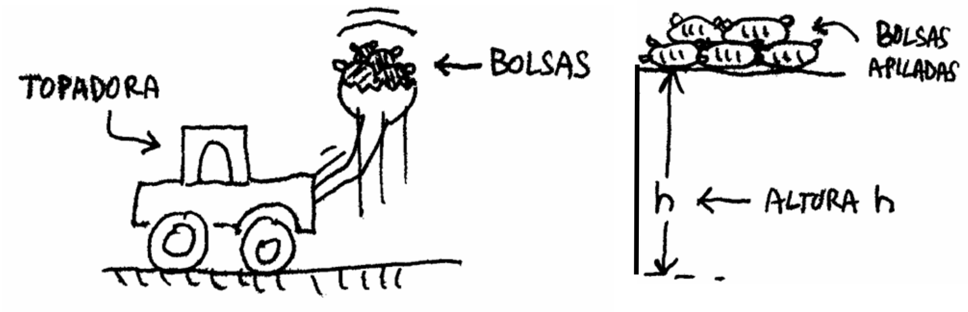
Como el trabajo de la fuerza es igual a la variación de energía cinética, quiere decir que :

$$\underline{\Delta E_{CIN} = 150 \text{ Joule}}$$

b) – El caso b) tiene trampa. Los 2 triángulos que te quedan son iguales. Cada uno tiene área 50 joules. Pero como uno de ellos está por abajo del eje horizontal, su área será <u>NEGATIVA</u>.
Quiere decir que al sumar las 2 áreas, el L realizado me va a dar <u>CERO</u>.
¿ Está bien esto ? ¿ Puede darme cero el trabajo realizado por la fuerza ?
<u>Rta</u>: Sí, está perfecto. La fuerza al principio apunta así: →. Quiere decir que inicialmente el cuerpo va acelerando. (Aunque acelera cada vez menos porque la fuerza va disminuyendo). A los 10 m la fuerza se hace CERO. De ahí en adelante, la fuerza es negativa. Apunta así: ← . Quiere decir que la fuerza va frenando al cuerpo. Cuando el tipo llega a los 20 m, se frena del todo. Su velocidad ahí va a ser <u>CERO</u>. En todo el trayecto de los 20 m no va a haber variación de energía cinética.

POTENCIA

Este tema a veces lo toman. Prestale atención. No es muy difícil.
Supongamos que quiero levantar varias bolsas de arena hasta el piso de arriba. Pongamos algunos valores para que sea mas fácil entender el asunto: tengo 10 bolsas de 20 kilogramos cada una y las quiero poner a una altura de 4 m. Contrato una topadora y le digo que me suba todas las bolsas hasta arriba.



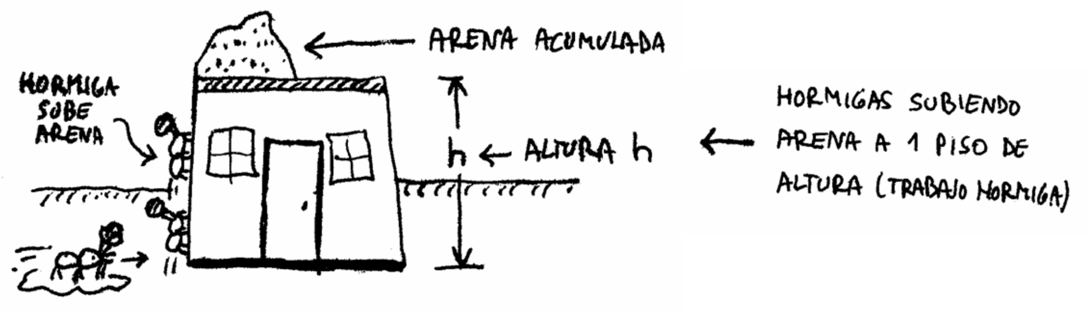
Vamos a ver que trabajo está haciendo la máquina al levantar las 10 bolsas. Cada bolsa pesa 20 Kgf = 200 N. Entonces las 10 bolsas pesan 2.000 N. Ahora, el trabajo realizado es L = Peso x Altura. Si las pongo a 4 m de altura, el trabajo va a valer 2.000 N x 4 m = 8.000 Joule.

L_{TOTAL} = 8.000 Joule ⇦ TRABAJO A REALIZAR PARA LEVANTAR 10 BOLSAS DE ARENA DE 20 KG CADA UNA A UNA ALTURA DE 4 m

Ahora fijate esto: en realidad no necesito traer a una topadora para hacer ese trabajito. Con un poco de ingenio puedo hacerlo yo. No es terrible. Agarro las bolsas y las voy subiendo una a una por la escalera. Fijate :

Pregunto otra vez : ¿ qué trabajo hice al subir las bolsas ? <u>Rta</u>: Bueno, el trabajo tendría que valer lo mismo que antes, o sea, 8.000 Joule. Tiene que ser así porque subí la misma cantidad de bolsas a la misma altura. No importa que las haya subido de a una.

Vamos ahora a una 3ra situación. Quiero que miles de hormigas suban las bolsas.
En principio una hormiga no tiene fuerza suficiente para levantar 20 kilos. Pero yo puedo abrir las bolsas y decirle a las hormigas que cada una agarre un granito de arena y lo suba. (Esto vendría a ser lo que se llama "trabajo hormiga")



Pregunto otra vez : ¿ qué trabajo hicieron las hormigas al subir las bolsas ?
Rta: Bueno, la cantidad de kilos de arena subidos es la misma que antes. Entonces el trabajo realizado tiene que valer lo mismo que antes, o sea, 8.000 Joule.

Conclusión: al levantar un peso a una altura h, siempre se hace el mismo trabajo. Esto es independiente de quién lo haga o de cómo se haga. Pero hay algo importante. Si a vos te dieran a elegir cualquiera de las 3 posibilidades, probablemente elegirías que el trabajo lo haga una topadora. ¿ Por qué ?
Rta: Bueno, por el tiempo. Una topadora sube las bolsas en 1 minuto. Yo las puedo subir en media hora. Y las hormigas podrían llegar a subirlas en un día. Fijate. El factor TIEMPO es el truco acá. De las 3 formas estamos realizando el mismo trabajo. Pero la topadora lo hace más rápido que las hormigas y más rápido que yo.

CONCLUSIÓN ?
Cuando uno hace trabajo, no sólo importa el L realizado en sí. Importa también EL TIEMPO que uno tardó en hacer ese trabajo. Entonces ¿ cómo puedo hacer para tener una idea de qué tan rápido una cosa realiza trabajo ?
Rta: lo que tengo que hacer es agarrar el trabajo que se hizo y dividirlo por el tiempo que se usó para hacer ese trabajo. Es decir:

POTENCIA ⟶ $\boxed{P = \dfrac{L}{\Delta t}}$ ← Trabajo efectuado / ← Tiempo empleado ← VER

Al dividir el trabajo realizado por el tiempo empleado, lo que estoy haciendo es calcular LA VELOCIDAD A LA QUE SE REALIZA EL TRABAJO.
Entonces, ¿ qué es la potencia ?

LA POTENCIA ES LA VELOCIDAD CON QUE SE REALIZA TRABAJO.

⇦ **POTENCIA**

Calcular la potencia es importante porque uno puede tener una idea de qué tan rápido se está entregando energía. La cosa que hace el trabajo puede ser hombre, animal o máquina. Sabiendo la potencia, uno puede comparar la utilidad de una máquina. 2 máquinas pueden hacer el mismo trabajo. Pero hay que comparar las potencias para ver cuál lo puede hacer más rápido.

Supongamos que querés ir de acá a Mar del Plata. Lo lógico es ir en auto, en colectivo, en avión. También podés ir a Mar del Plata en caballo, pero vas a tardar mil horas. Cuánto menos tardás, mejor. Un auto tiene una potencia de 100 caballos, más o menos. Un caballo tiene la potencia de 1 caballo.
O sea, un auto puede hacer el trabajo que hace un caballo, pero unas 100 veces más rápido. O dicho de otra manera, un auto puede realizar un trabajo equivalente al de 100 caballos. El auto y el caballo pueden hacer el mismo trabajo (llevarte a Mar del Plata). Pero uno lo puede hacer más rápido que el otro. ¿ ves como es el asunto ?

<u>OTRA FORMULA PARA LA POTENCIA</u>: **Pot = F x V**

La potencia se calcula como el trabajo realizado sobre el tiempo empleado para realizar ese trabajo. Ahora, si al trabajo lo pongo como fuerza por distancia me queda: Pot = F. d / Δt . Pero fijate que el término d / Δ t es la velocidad:

$$\text{Pot} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F . d}{\Delta t}$$

← == VELOCIDAD

$$\boxed{\text{Pot} = \text{fuerza x Velocidad}}$$

Otra manera de calcular la potencia

En esta fórmula de potencia como fuerza por velocidad, F es la fuerza que va en la dirección del movimiento. Si la fuerza está inclinada, hay que multiplicar todo por el coseno del ángulo formado entre F y V. (Quedaría Pot = F. V. Cos α).

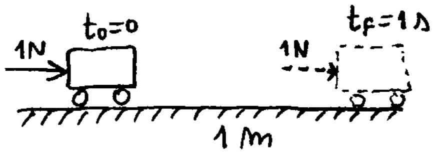
<u>UNIDADES DE POTENCIA</u>

Las unidades de potencia van a ser las unidades de trabajo divididas por las unidades de tiempo. El trabajo realizado se mide en Joules (N.m) y el tiempo en seg.
Entonces:

$$[\,P\,] = \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \quad \text{ó} \quad [\,P\,] = \frac{N \cdot m}{\text{seg}} \longleftarrow$$

A esta unidad se la llama Watt.

Si una fuerza de 1 N recorre una distancia de 1 metro en 1 segundo, la potencia entregada por esa fuerza será de 1 Watt. Miralo en este dibujito.



← **1 Watt.**

Hay otra unidad que se usa y es el Horse Power (caballo de fuerza = H.P.). La equivalencia es:

1 HP = 745 Watts

Pregunta: ¿ Es 1 caballo de fuerza equivalente a la potencia que tiene un caballo de verdad ?

RTA: Sí, aproximadamente sí. Por eso se la llamó caballo de fuerza.
¿ Y qué potencia tiene una persona ?
Rta: la potencia que puede desarrollar un ser humano es de alrededor de 0,1 HP, es decir, 1 décimo de la potencia de un caballo. (Ojo, esto es aproximado).

EL KILOWATT – HORA (Atento)

La gente se confunde bastante con esto del Kw-hora. La cosa es así: 1000 Watts son 1 kilowatt. Ahora, la electricidad que consume una casa se mide en Kw-hora.
¿ Es esto equivalente a medir la potencia en Kilowatts ?
RTA: No. Lo que se mide en una casa no es la potencia consumida, sino **la energía consumida**. 1 Kw-hora no son 1000 Watt. Son 1000 Watt por hora. (El "por" es por de multiplicar). Busco la equivalencia entre Joule y Kilowatt-hora. Seguime:

$$1 \text{ Kw-h} = 1000 \text{ watt} \times 1 \text{ hora}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ Kw} \times \text{h} = 1000 \ \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \times 3600 \text{ seg}$$

$$\Rightarrow \boxed{1 \text{ Kw-h} = 3,6 \times 10^6 \text{ Joule}} \quad \leftarrow \quad 1 \text{ Kilowatt-hora}$$

Es decir, **EL KW-H ES UNA UNIDAD DE ENERGÍA**, no de potencia. (Atento con esto).
Por ejemplo, una plancha consume alrededor de 1 Kw. Si una casa gasta en 1 mes 100 Kw-h, eso quiere decir que la casa consumió una energía equivalente a la que hubiera consumido una plancha si hubiera funcionado 100 horas seguidas .

Ejemplo 1

SE LEVANTAN 10 BOLSAS DE ARENA DE 20 Kg CADA UNA A UNA ALTURA DE 4 METROS. CALCULAR LA POTENCIA UTILIZADA EN LOS SIGUENTES CASOS:

a) Las bolsas son levantadas por una topadora en 10 segundos
b) Las bolsas son levantadas por una persona en media hora.
c) Las bolsas son levantadas por hormigas en 1 día.

Solución:
Vamos a ver que trabajo estoy haciendo al levantar las 10 bolsas. Cada bolsa pesa 200 N y las pongo a 4 m de altura. Entonces el trabajo realizado al levantar cada bolsa vale 200 N x 4 m = 800 Joule. (L = Peso x Altura). Para levantar las 10 bolsas, el trabajo total va a ser de 10 x 800 = 8.000 Joule.

L_{TOTAL} = 8.000 Joule ⇦ TRABAJO A REALIZAR PARA LEVANTAR 10 BOLSAS DE ARENA DE 20 Kg CADA UNA A UNA ALTURA DE 4 m

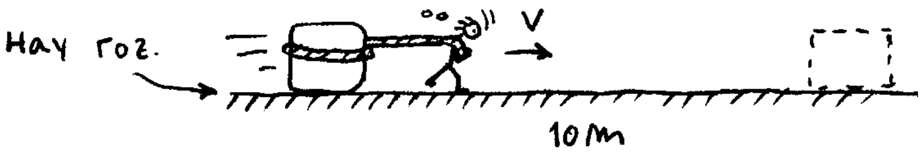
Ahora, 1 hora son 3600 segundos, ➔ media hora son 1.800 segundos. 1 dia tiene 24 horas, ➔ 1 dia = 86.400 seg. Conclusión:

La topadora usa una potencia de 8.000 N x m / 10 seg ➔ Pot= 800 Watt.
La persona usa una potencia de 8.000 N x m / 1800 seg ➔ Pot= 4,44 Watt.

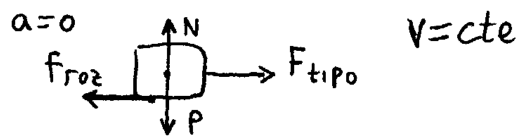
Las hormigas usan una potencia de 8.000 $N \times m$ / 86.400 seg ➔ Pot= 0,092 Watt.

<u>Ejemplo 2</u>

UN SEÑOR QUE CAMINA CON V = 3,6 Km / h ARRASTRA UN BLOQUE DE 50 Kgf UNA DISTANCIA DE 10 m. CALCULAR LA POTENCIA ENTREGADA POR EL HOMBRE SABIENDO QUE TIRA DE LA CUERDA CON UNA FUERZA DE 10 Kgf



El diagrama de cuerpo libre para el bloque es éste:



La aceleración es igual a cero (la velocidad es constante). Entonces saco como conclusión que la fuerza que el tipo hace tendrá que ser igual a la de rozamiento.

Planteo:

$$\Rightarrow F_{ROZ} = 10\,\text{Kgf}$$

$$\Rightarrow \underline{F_{TIPO} = 10\,\text{Kgf}} = 100\,\text{N} \qquad \leftarrow \text{Fuerza que hace el tipo.}$$

La potencia que el tipo entrega la calculo como fuerza por velocidad:

$$P = F \,.\, V$$

$$\Rightarrow P = 100\,\text{N} \times 1\,\text{m/s}$$

$$\Rightarrow \underline{P = 100\,\text{Watt}} \qquad \leftarrow \text{Potencia del hombre.}$$

<u>NOTA</u>: fijate que la distancia de 10 m no la utilicé para calcular la potencia.

<u>PREGUNTA</u>: ¿ Y toda este trabajo que entrega el tipo, a dónde va ?

<u>RTA</u>: No va a ningún lado. No se almacena en ninguna parte. Todo lo que el tipo entregó se lo comió el rozamiento. ¿ Y en qué se transformó ?

<u>Rta</u>: En calor.

Algunas aclaraciones:

* Para la potencia se suele usar la letra P. Esto se confunde con Peso o con presión. Por eso yo suelo poner la palabra "Pot". Alguna gente usa otras letras para la potencia.

* Las unidades de potencia más comunes para la potencia son el Watt y el kilowatt. Para los motores de autos se usa el Horse power (HP). 1 HP = 745 Watt. A veces se usa también el caballo de vapor (CV).

* Para la física hacer trabajo significa levantar un cuerpo a una altura h. En la vida diaria, si uno camina también realiza trabajo. Una locomotora que arrastra vagones también hace trabajo. Pero para entender el asunto es conveniente traducir ese trabajo a levantar un peso a una altura h. De la misma manera, también es conveniente entender el concepto de potencia como levantar un peso a una altura h en cierto tiempo.

* La potencia se aplica también a cosas que no sean "mecánicas". Ejemplo, se puede hablar de potencia eléctrica o potencia de un sonido. Un parlante que tiene mucha potencia es un parlante que tira una gran cantidad energía por segundo. (Tira esa energía en forma de sonido).

* La potencia se calcula como trabajo sobre tiempo. Pero en vez de hablar de trabajo realizado se puede hablar de energía consumida. Es lo mismo. Entonces puedo poner:

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Energía}}{\text{tiempo}}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{Energía} = \text{Pot} \times \text{tiempo}} \Leftarrow$$

FORMA DE CALCULAR LA ENERGIA CONSUMIDA o EL **L** REALIZADO TENIENDO LA POTENCIA ENTREGADA

Uso esta fórmula en un ejemplo:

Ejemplo 3

UNA LAMPARA DE 100 WATTS ESTÁ PRENDIDA DURANTE 10 hs.
a) - CALCULAR QUE ENERGIA CONSUMIÓ EN ESE PERIODO.
b) -¿ A QUÉ ALTURA SE PODRÍA HABER ELEVADO UN CUERPO DE 10 KILOS DE PESO CON ESA MISMA ENERGIA ?

Solución:

a) - Trabajo realizado o energía consumida es la misma cosa. Entonces puedo poner:

$$\text{Pot} = \text{Energía} / \text{tiempo} \rightarrow \text{Energía} = \text{Pot} \times \text{Tiempo}$$

$$\rightarrow \text{Energía} = 100 \text{ Joule} / \text{seg} \times 10 \times 3600 \text{ seg}$$

$$\rightarrow \underline{\text{Energ} = 3{,}6 \times 10^6 \text{ Joules}}$$

b) - L = Peso x altura. → Con una energía de $3{,}6 \times 10^6$ Joules se podría haber levantado un peso de 100 N a una altura de $3{,}6 \times 10^6$ Joules / 100 N = $3{,}6 \times 10^4$ m

$$\rightarrow \underline{h = 36 \text{ Km}}$$

FIN POTENCIA

PROBLEMAS SACADOS DE PARCIALES

UBA – CBC – Biofísica (53) **1er Parcial** **Tema 8**

Apellido:__________ Nombres:__________ DNI__________

Sede: ______ Turno: ______ Aula: ______ email (optativo): __________

Por favor, lea todo antes de comenzar.	1a	1b	2a	2b	3	4	5	6	7	8	Nota	Corrector

El examen consta de 2 ejercicios a desarrollar con 2 ítems cada uno y de 6 ejercicios de opción múltiple, con una sola respuesta correcta que debe elegir marcando completamente el cuadradito que figura a la izquierda. En los ejercicios a desarrollar debe incluir los desarrollos que le permitieron llegar a la solución. De los ejercicios 8 sólo debe resolver uno (el que corresponda a su Facultad). No se aceptan respuestas en lápiz. Si tiene dudas sobre la interpretación de cualquiera de los ejercicios, agradeceremos que explique por escrito su interpretación. Puede usar una hoja personal con anotaciones y su calculadora. Le sugerimos que trabaje en borrador y transcriba luego al impreso en forma prolija y clara. Algunos resultados pueden estar aproximados. Dispone de 2 horas.

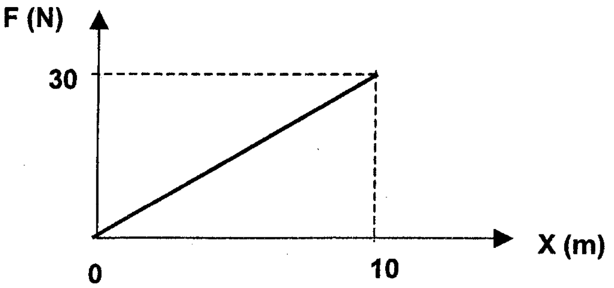
RECUADRE LOS RESULTADOS

Jorge Sztrajman

1. El gráfico muestra la fuerza total en la dirección X aplicada a un cuerpo de 2 kg, en función de la posición. Cuando X = 0 el cuerpo se mueve a 2 m/seg, en la dirección X y en sentido positivo.

a) Graficar la aceleración en función de X.

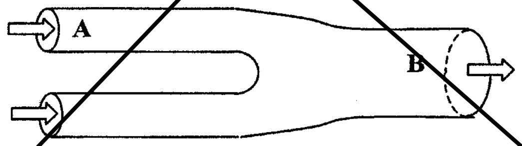
b) Calcular la velocidad en X = 10 m.



~~**2.** Por los dos tubos A entra, en total, un caudal de 50 litros por segundo de un líquido de densidad 2 kg/lt y viscosidad insignificante. La sección transversal de cada tubo en A es de 10 cm², mientras que el del caño de salida B es de 30 cm². Todos los tubos están a la misma altura. Calcular:~~

~~a) el caudal y la velocidad en B~~

~~b) la presión en B, suponiendo que la de uno de los tubos en A es 100 kPa.~~



3. ¿Qué movimiento podría representar el gráfico de velocidad en función del tiempo?

☐ Un cuerpo que se deja caer, rebota en el suelo, y vuelve hasta la misma altura.

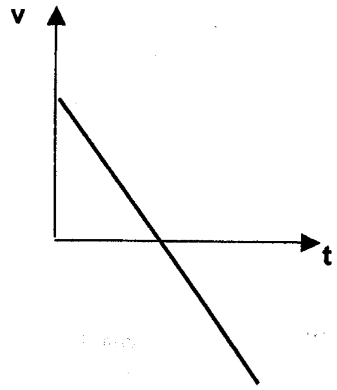
☐ Un cuerpo que se arroja hacia abajo desde cierta altura, rebota en el suelo y llega a mayor altura que la que tenía inicialmente.

☐ Un cuerpo que asciende por un plano inclinado sin fricción, sometido sólo a la acción de su peso y a la fuerza del plano, que después baja por otro plano inclinado igual que el anterior.

☐ Un auto que primero aumenta su velocidad y después frena a hasta detenerse.

☐ Un auto que frena a hasta detenerse y luego sigue marchando en el mismo sentido.

☐ Un auto que frena a hasta detenerse y luego marcha en sentido contrario.



4. Una caja desciende con velocidad constante por un plano inclinado 45° con respecto a la horizontal. Entonces, la fuerza total sobre la caja:

☐ es vertical hacia arriba

☐ es vertical hacia abajo

☐ es cero

☐ está dirigida en la dirección del plano y sentido ascendente

☐ está dirigida en la dirección del plano y sentido descendente

☐ es perpendicular a la dirección de movimiento

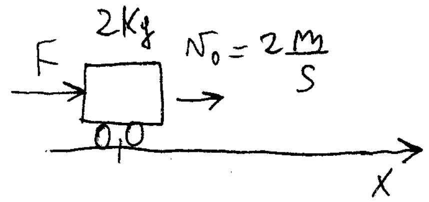
De este parcial resuelvo los problemas 1, 3 y 4 que son de la unidad I, Mecánica.

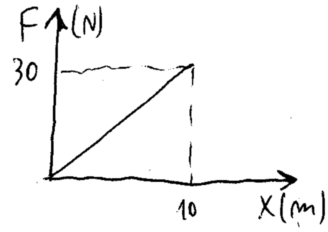
Problema 1

Hago un dibujito del cuerpo con la fuerza aplicada para guiarme un poco :

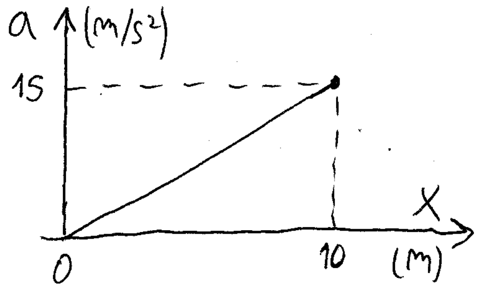
1

a)





$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a_{(x=0)} = 0 \quad ; \quad a_{(x=10m)} = \frac{30\,N}{2\,kg} = 15\,\frac{m}{s^2}$$



← GRÁFICO de a en función de x

Fijate que la aceleración es **variable con la posición**. (y también va a ser variable con el tiempo). O sea, no es constante. Esto es complicado de ver. Se supone que en Biofísica no se ven aceleraciones variables. (Bienvenido al CBC).

b) – Para calcular la velocidad a los 10 m me conviene usar trabajo y energía. Fijate que el área del gráfico me da directamente el trabajo realizado por la fuerza. Tonces:

$$L_{Res} = E_{c_f} - E_{c_0}$$

$$; \; L_{Res} = Area_{\triangle} = \frac{10\,m \times 30\,N}{2} = 150 \text{ Joules}$$

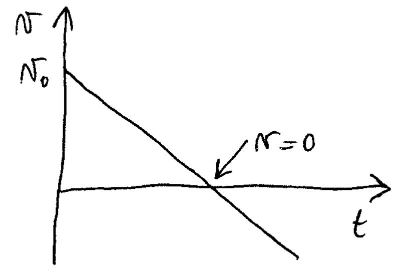
$$\Rightarrow 150 \text{ Joules} = \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}kg\,(V_f)^2 - \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\,kg\left(2\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow 150 \text{ Joules} = 1\,kg\;V_f^2 - 4\,kg\cdot\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow 1\,kg\;V_f^2 = 150\,J + 4\,J$$

$$\Rightarrow \boxed{V_f = 12.4\,\frac{m}{s}} \leftarrow \text{VELOCIDAD Para } X = 10\,m$$

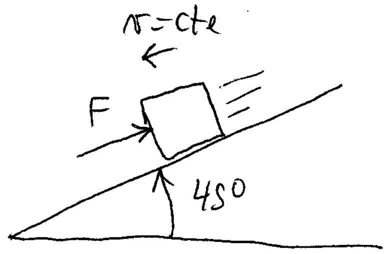
(3) Podría ser un tiro vertical o un auto que va frenando hasta que se detiene y después empieza a ir para atrás.



$\boxed{\text{Correcta la última}}$

---

(4) Tiene que haber una fuerza que apunte para arriba para que la velocidad de bajada sea constante. (Podría ser el rozamiento).



Si la velocidad del cuerpo es CONSTANTE $\Rightarrow$ su aceleración es $\boxed{\text{CERO}}$. Como $F = m.a$, si $a = 0 \Rightarrow F_{Total} = 0$

$\boxed{\text{CORRECTA LA 3ra}}$

UBA CBC

Primer Parcial de Biofísica (53)

Fecha: ____________

NÚMERO DE EXAMEN

Apellido: ______________________ **Comisión:** __________

Nombres: ______________________ **D.N.I** ______________ **Hoja 1ª de:** _____

Sede: ____________ **Horario:** ______________ **Aula:** _____ **Tema 444:**

Reservado para la corrección										Calific.	Corrigió	Prom.	Cond.
1a	1b	2a	2b	I	II	III	IV	V	FAC.				

LEA CON ATENCIÓN: *El examen consta de 2 ejercicios a desarrollar con 2 ítem cada uno y de 6 ejercicios de opción múltiple, con una sola respuesta correcta que debe elegir marcando una X en el recuadro correspondiente que figura a la izquierda. Conteste SÓLO UNA PREGUNTA de las enviadas por las Facultades. En los ejercicios a desarrollar debe incluir los desarrollos que le permitieron llegar a la solución. No se aceptan respuestas en lápiz. Si tiene dudas sobre la interpretación de cualquiera de los ejercicios, agradeceremos que explique su interpretación. Puede usar una hoja personal con anotaciones y su calculadora. Algunas opciones de resultado pueden estar aproximadas. Dispone de 2 horas*

MR_MiSa_10-13

PROBLEMA 1: En una montaña rusa una vagoneta, al pasar por una posición A posee una energía potencial de 8.000 J y una energía cinética de 4000 J. Al pasar por una posición B, a 3 / 4 de la altura que tenía en A, posee una energía cinética de 8000 J. Calcular

a) el trabajo realizado por la fuerza peso (L_P) para ir desde A hacia B.

b) el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas (L_{NC}) para ir desde A hacia B.

PROBLEMA 2: En la posición **A** de una cañería horizontal circula agua. En la posición **B** la misma cañería presenta un estrechamiento reduciendo el diámetro de la misma a la mitad y en la posición **C** de la misma aparece otro estrechamiento en que su diámetro se vuelve a reducir a la mitad de la posición **B** y el agua sale a la atmósfera con una velocidad de 8m / s. Calcular:

a) La diferencia de presión entre el primer y tercer tramo **(AyC)** expresado en atm y Pa

b) La velocidad del agua en la posición B

Pregunta 1 : Un auto viaja por una carretera a 36Km/ h y debe detenerse en 150 m frenando con aceleración constante. El tiempo que demora en frenar hasta detenerse es:

☐ 36seg ☐ 3 seg ☐ 24 seg ☐ 18 seg ☐ 12 seg ☐ 6seg

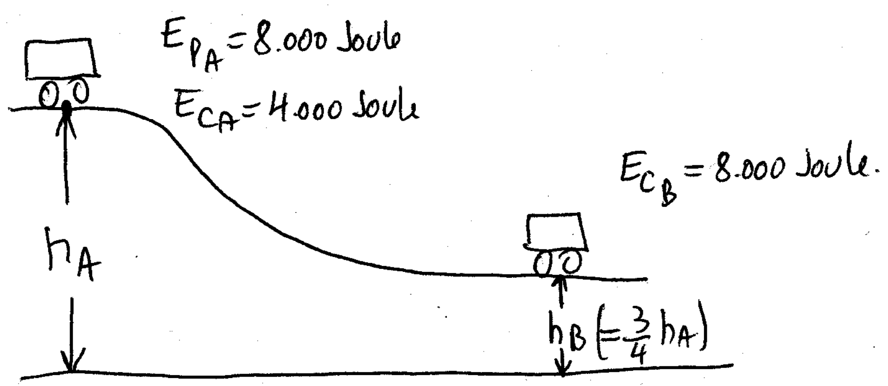
Pregunta 2 : Dos objetos A y B, de la misma masa, son arrastrados hacia arriba por cintas transportadoras, con iguales velocidades constantes, por planos inclinados y alcanzan idéntica altura. El A sube por un plano inclinado 30° con relación a la horizontal, mientras que el B lo hace por uno de 15°. Con relación a las cintas transportadoras:

☐ la A emplea más potencia y gasta más energía
☐ la B emplea más potencia y gasta más energía
☐ la B emplea más potencia y gasta menos energía
☐ ambas emplean igual potencia y gastan igual energía
☐ ambas emplean igual potencia, pero la B gasta más energía
☐ la A emplea más potencia y gasta igual energía

De este parcial resuelvo sólo los ejercicios que son de la unidad 1, mecánica

BIOFÍSICA, 1er Parcial TEMA 444

1



$$E_{MEC_A} = 8.000\ J + 4.000\ J = 12.000\ Joule.$$

$$E_{Pot_B} = m g h_B \Rightarrow E_{Pot_B} = m g \left(\frac{3}{4} h_A\right) \Rightarrow$$

$$E_{Pot\,B} = \frac{3}{4}\,E_{Pot\,A} \Rightarrow$$

$$E_{Pot\,B} = \frac{3}{4}\,8.000\,J = \underline{6.000\ Joule}$$

$$\Rightarrow E_{Mec\,B} = E_{Cin\,B} + E_{Pot\,B} = 8.000\,J + 6.000\,J$$

$$\Rightarrow \underline{E_{Mec\,B} = 14.000\ Joule}$$

b) El trabajo realizado por las Fuerzas NO conservativas vale:

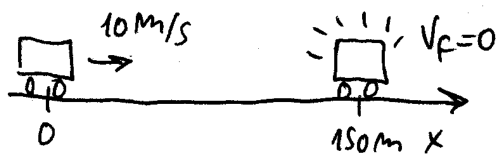
$$L_{F\,NO\,conserv} = E_{M_B} - E_{M_A} = 14.000\,J - 12.000\,Joule$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{F\,NO\,conserv} = 2.000\ Joule}$$

a) $L_{Peso} = E_{Pot_A} - E_{Pot_B} \Rightarrow L_{Peso} = 8.000\,J - 6.000\,J$

$$\Rightarrow \boxed{L_{Peso} = +\,2.000\ Joules}$$

Preg 1



Planteo la ecuación complementaria: $V_f^2 - V_0^2 = 2\,a\,\Delta x$

$$0 - \left(10\,\frac{m}{s}\right)^2 = 2\,a \times 150\,m$$

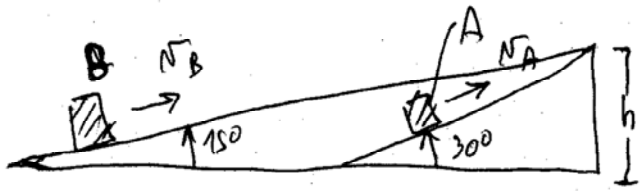
$$\Rightarrow a = \frac{100\,m^2/s^2}{300\,m} = 0,\hat{3}\,\frac{m}{s^2}$$

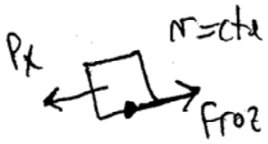
$$V_f = V_0 + at \Rightarrow 0 = 10\,\frac{m}{s} + \left(0,\hat{3}\,\frac{m}{s^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{10\ m/s}{0,\hat{3}\ m/s^2} \Rightarrow \boxed{t = 30\ seg}$$

Ninguna es correcta ! (Supongo que la 2da opción que dice "3 seg" debería decir "30 seg". Se deben haber olvidado el cero). Bienvenido a Biofísica.

PREGUNTA 2





$v = cte \Rightarrow P_x = F_{roz}$.

La altura es la misma para los 2 $\Rightarrow E_{mg\,A} = E_{mg\,B}$

Pot = Fuerza x velocidad $\Rightarrow Pot_A = P . \operatorname{sen} 30° \times v = 0{,}5\ P . v$

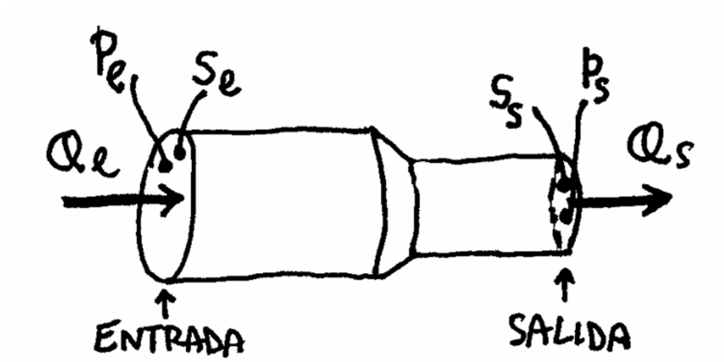
$Pot_B = P . \operatorname{sen} 15° . v \Rightarrow 0{,}25\ P . v$

$\Rightarrow Pot_B \simeq 2\ Pot_A$. Correcta la ultima

FIN PROBLEMAS TOMADOS EN PARCIALES

FLUIDOS

* HIDROSTÁTICA
* HIDRODINÁMICA
* VISCOSIDAD



$$Q_e = Q_s \Rightarrow \boxed{v_e S_e = v_s S_s}$$ ← EC. de CONTINUIDAD

$$\boxed{P_e + \frac{1}{2}\delta_{LIQ}\, v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\delta_{LIQ}\, v_s^2}$$ ← ECUACIÓN DE BERNOULLI PARA TUBOS HORIZONTALES

$$\boxed{P_e - P_s = \frac{1}{2}\delta_{LIQ}\, v_e^2 \left(\frac{S_e^2}{S_s^2} - 1 \right)}$$ ← EC. DE BERNOULLI P/TUBOS HORIZONTALES EN FUNC. DE LAS SECCIONES

FLUÍDOS

HIDROSTÁTICA

HIDRO: agua. ESTÁTICO: quieto, que no se mueve. Acá en hidrostática el agua va a estar quieta. Después vamos a ver agua en movimiento en la parte de hidrodinámica. Hay algunos conceptos que tenés que saber antes de entrar directo en el tema de la hidrostática. Entonces, título:

DENSIDAD Y PESO ESPECÍFICO.

Suponete que tengo un cuerpo que tiene un volumen V, una masa m y un peso p :

Ellos definen densidad como la relación entre la masa que tiene el cuerpo y su volumen. A la densidad se la pone con la letra delta (δ). Entonces: δ = masa / volumen.

$$\boxed{\delta = \frac{\overset{\text{masa}}{m}}{\underset{\text{Volumen}}{V}}} \longleftarrow \text{DENSIDAD DE UN CUERPO}$$

En esta fórmula m es la masa del cuerpo. Va en Kg. V es el volumen del cuerpo, va en m^3. A veces, para indicar volumen se puede usar cm^3, dm^3 o incluso litros Entonces vamos a usar varias unidades para la densidad que son estas:

$$[\delta] = \frac{Kg}{m^3} \text{ ó } \frac{g}{cm^3} \text{ ó } \frac{Kg}{\ell} \longleftarrow \text{UNIDADES DE LA DENSIDAD.}$$

Por favor: Los kilogramos que figuran en la densidad son Kilogramos **MASA**. No son kilogramos fuerza (Recordar).

¿ Qué es entonces la densidad ?

Rta: Es una relación que te dice que cantidad de materia entra en un determinado volumen. Más denso es el cuerpo, más cantidad de moléculas entran por cm^3.
Por ejemplo, la densidad del agua es 1 g/cm^3 (= 1 kg/dm^3). La densidad aproximada del cuerpo humano es 0,95 kg/dm^3. El cuerpo humano es un poco menos denso que el agua.

Otros ejemplos de densidades :

* La densidad del mercurio es 13,6 $\frac{g}{cm^3}$
* La densidad del plomo es 11,3 $\frac{g}{cm^3}$
* La densidad del hierro es 7,8 $\frac{g}{cm^3}$
* La densidad de la sangre es 1,05 $\frac{g}{cm^3}$ VER
* La densidad del telgopor es 0,1 $\frac{g}{cm^3}$

Pregunta: ¿ Es la sangre más pesada que el agua ?
Rta: Sí, ligeramente más pesada. Un litro de agua pesa 1 kilo. Un litro de sangre pesa 1 kilo y 50 gr.

NOTA: A veces en la vida diaria la gente dice que algo es denso cuando es muy espeso y cuesta revolverlo.(Tipo una sopa o un puré). En física, a esa propiedad no se la llama densidad, se la llama viscosidad.

PESO ESPECÍFICO

El peso específico es la relación entre el $\boxed{\text{peso}}$ de un objeto y su volumen. Para el peso específico se usa la letra griega Rho. (ρ). Es decir : ρ = Peso / volumen.

$$\boxed{\rho = \frac{P}{V}}$$

Peso

VOLUMEN

PESO ESPECIFICO

Las unidades que se suelen usar para el peso específico son kgf/m^3 o kgf/cm^3, kgf/dm^3. También N/m^3 , N/cm^3, N/dm^3. Por favor: Ahora hablamos de peso, así que los kilogramos que estoy usando son Kilogramos **Fuerza**. No son kilogramos masa.

El concepto de peso específico es parecido al concepto de densidad: el peso específico dice cuanto **pesa** 1 cm^3 de un objeto. (1 cm^3 , 1 litro, 1 m^3, etc).

La diferencia entre peso específico y densidad es que la densidad es la misma en cualquier lugar del universo. La cantidad de moléculas por cm^3 de un objeto no cambia, lo pongas donde los pongas.
En cambio el peso de un cuerpo depende del lugar donde lo pongas. Por ejemplo, en la Luna los objetos pesan menos y su peso específico es menor que en La Tierra. En el

espacio exterior los objetos no pesan nada y su peso específico sería <u>CERO</u>. (CERO).
Pero la densidad de un objeto es la misma en la Luna, en la Tierra o en donde sea.

<u>Interesante 1</u>: fijate que la densidad es una cantidad que te dice si un objeto va a flotar en agua o no. Si la densidad es menor a la del agua, el objeto flota (Ejemplo: corcho).
Si la densidad es mayor a la del agua, el objeto se hunde (Ejemplo: Hierro).
Ojo, esto depende de la densidad del líquido. Por ejemplo, una persona flota mucho más en el Mar Muerto que en una pileta. La densidad del agua del Mar Muerto está alrededor de 1,2 kg /litro.
Atención: el hierro y el plomo flotan en mercurio.

<u>Interesante 2</u>: La densidad aproximada del cuerpo humano es 0,95 kg/dm^3. Por eso la gente flota en el agua. Esto vale para cualquier persona, sea el tipo gordo, flaco, musculoso, debilucho, etc. Entonces, pregunta: si el ser humano flota en agua....
¿ Por que hay gente que se ahoga ?

<u>RELACIÓN ENTRE DENSIDAD Y PESO ESPECÍFICO.</u>

El peso de un cuerpo se puede poner como Peso = masa × gravedad. Entonces como la densidad es δ = masa/volumen y ρ = Peso/volumen, me queda :

$$\boxed{\rho = \delta \cdot g} \leftarrow$$

RELACIÓN ENTRE LA DENSIDAD Y EL PESO ESP.

Peso Específico DENSIDAD Gravedad

<u>Atención</u>: Yo llamé <u>**Rho**</u> al peso específico y <u>**delta**</u> a la densidad. Alguna gente los pone al revés. Parece que todavía no se pusieron de acuerdo.
¿Quién paga los platos rotos?
<u>RTA</u>: Vos que al final te andan confundiendo con tantas letras raras.

<u>PRESIÓN</u>. (Importante)

La presión es la fuerza que actúa por unidad de superficie. El sentido de la palabra presión en física significa más o menos lo mismo que en la vida diaria. Presión vendría a ser "cuanto aprieta algo". Ejemplo: Presión del zapato, presión en el abdomen, presión social, presiones políticas, etc. La presión se calcula así :

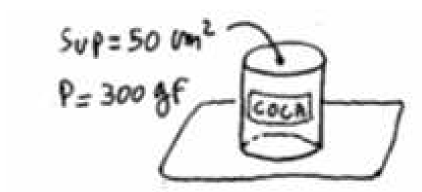
Ellos se dieron cuenta que hay veces donde lo importante no es "qué fuerza actúa" si no "sobre qué superficie está actuando". Por ejemplo, una birome de un lado pincha y del otro no. (Y fijate que uno está haciendo la misma fuerza). Eso pasa porque cuando vos concentrás toda la fuerza sobre la punta de la birome, la presión ahí es muy grande. Esta es la razón por la que un cuchillo corta de un lado y del otro no.

La presión se define como la fuerza que está actuando por cada centímetro cuadrado. La cuenta que hay que hacer para calcular una presión es:

PRESIÓN → $\boxed{P = \frac{F}{S}}$ ← FUERZA, SUPERFICIE

← LA PRESIÓN ES LA FUERZA DIVIDIDO LA SUPERFICIE

Por ejemplo, supongamos que tengo una latita de aluminio. El volumen es de unos 300 cm^3 así que cuando está llena debe pesar unos 300 g. El diámetro de la base es de unos 8 cm, así que su superficie será : Sup = $\pi \times radio^2 = 3{,}14 \times (4\ cm)^2 = 50\ cm^2$.



Si pongo la lata parada sobre una mesa, la presión que ejerce sobre la base es:

$$P = \frac{30\cancel{0}\ gf}{5\cancel{0}\ cm^2} = \underbrace{6\ \frac{gf}{cm^2}} \leftarrow$$ PRESION QUE EJERCE UNA LATITA.

El significado de esto es que cada centímetro cuadrado de la mesa está soportando un peso de 6 gramos fuerza.

<u>UNIDADES DE PRESIÓN</u>. (Atento)

Hay un montón de unidades de presión. Se usan todas. Por ejemplo, si mido la fuerza en Kgf y la superficie en cm^2, tenemos Kgf/cm^2. Si medimos la fuerza en Newton, tenemos N/m^2. (Pascal). Si medimos la presión en relación a la presión atmosférica, tenemos las atmósferas o mm de Hg. Los ingleses usan las PSI. (Pound per square inch = Libras por pulgada cuadrada).

Voy a poner unas equivalencias que te van a servir:

EQUIVA LENCIAS ÚTILES ENTRE UNIDADES DE PRESIÓN

1 bar = 100.000 Pascales = 10^5 Pascales = 10.000 kgf/m^2 = 0,987 atm.

1 atmósfera = 1,033 $\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ = 760 mm de Hg (Torr) = 14,7 $\frac{\text{lbf}}{\text{in}^2}$ (PSI) = 101.300 $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ (Pascal)

También: 1 libra fuerza (Lbf) = 0,454 Kgf, 1 pulgada (1 inch) = 2,54 cm

Tenés que saber pasar de una unidad de presión a otra porque te lo van a pedir.

Va acá una tabla de conversión de unidades de presión.

Unidades de presión - Tabla de conversión

Para convertir presión de una unidad a otra:

1 - Comenzar desde la columna cuyo encabezado tiene la unidad de partida.
2 - Bajar hasta la fila que tiene el número " **1** ".
3 - Moverse por la fila hasta llegar a la columna cuyo encabezado tiene la unidad que uno quiere.
4 – Multiplicar el número que tiene esa celda por el valor de partida y obtener el valor en la unidad requerida

psi lbf/inch²	atms.	cm H_2O	$\frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$	mm Hg (Torr)	mbar	bar	Pa (N/m²)	kPa	MPa
1	0.0681	70.38	0.0704	51.715	68.95	0.0689	6895	6.895	0.0069
14.7	1	1034.3	1.033	760	1013	1.013	101325	101.3	0.1013
0.0361	0.00246	2.54	0.00254	1.866	2.488	0.00249	248.8	0.249	0.00025
0.001421	0.000097	0.1	0.0001	0.0735	0.098	0.000098	9.8	0.0098	0.00001
0.01421	0.000967	1	0.001	0.735	0.98	0.00098	98	0.098	0.0001
0.0625	0.00425	4.40	0.0044	3.232	4.31	0.00431	431	0.431	0.00043
14.22	0.968	1001	1	735.6	980.7	0.981	98067	98.07	0.0981
0.4912	0.03342	34.57	0.0345	25.4	33.86	0.0339	3386	3.386	0.00339
0.01934	0.001316	1.361	0.00136	1	1.333	0.001333	133.3	0.1333	0.000133
0.1934	0.01316	13.61	0.0136	10	13.33	0.01333	1333	1.333	0.00133
0.0145	0.000987	1.021	0.00102	0.75	1	0.001	100	0.1	0.0001
14.504	0.987	1021	1.02	750	1000	1	100000	100	0.1
0.000145	0.00001	0.0102	0.00001	0.0075	0.01	0.00001	1	0.001	0.000001
0.14504	0.00987	10.207	0.0102	7.5	10	0.01	1000	1	0.001
145.04	9.869	10207	10.2	7500	10000	10	1000000	1000	1

Ejemplo: Pasar 382.000 Pascales a Kgf/cm^2. Según la tabla hay que multiplicar 382.000 por 0,00001. Entonces 382.000 Pa equivalen a 3,82 Kgf/cm^2

ALGUNAS PRESIONES INTERESANTES:

PRESIÓN ATMOSFERICA

El aire parece no pesar nada, pero en realidad pesa. Un litro de aire pesa un poco más de 1 gramo. El aire que está arriba de tu cabeza en este momento también pesa. Y pesa mucho porque son varios Km de altura de aire. Dicho de otra manera, en realidad es como si viviéramos sumergidos un el fondo de un mar de aire. El peso de todo ese aire distribuido sobre la superficie de la Tierra es lo que se llama PRESIÓN ATMOSFERICA.
La presión atmosférica varía según el día y según la altura a la que estés. El valor al nivel del mar es de 1,033 Kgf/cm^2. Esto equivale a los conocidos 760 mm de mercurio.

PRESIÓN SANGUINEA

El corazón ejerce presión para poder bombear la sangre. Las paredes del cuore se contraen y empujan la sangre. Esa presión es la que se mide en el brazo. La máxima es de alrededor de 12 cm de mercurio. (120 mm de Hg). La mínima es de alrededor de 8 cm de Hg. De ahí viene la famosa frase que dice que la presión normal es "Doce - Ocho". Esto significa 12 cm de Hg de máxima y 8 cm de Hg de mínima.

PRESIÓN DE LAS RUEDAS DEL AUTO

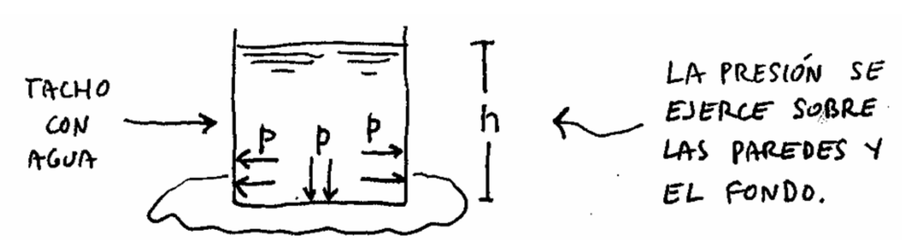
Cuando inflás las ruedas del auto y le decís "poneme 28 en todas", lo que querés decir es 28 libras fuerza por $pulgada^2$. (28 lbf/in^2). Esto equivale a unas 2 atmósferas. A la unidad "libras fuerza por pulgada cuadrada". Esta es la PSI (Pound per square inch).

PRESIÓN ABAJO DEL AGUA

Cuando nadás abajo del agua sentís presión sobre los oídos. Esa presión es el peso del agua que está arriba tuyo que te está comprimiendo. Al nadar a 10 m de profundidad tenés sobre tu cuerpo una presión aproximada de 1 atmósfera. (= 1 Kgf/cm^2). Es decir, la presión sobre tu cuerpo es de una atmósfera POR ENCIMA de la presión atmosférica. Este último caso quiero que veas ahora en detalle porque es el más importante.

PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h. ← VER

Cuando vos tenés un tacho con agua, el líquido ejerce presión sobre las paredes y sobre el fondo.



Lo que tenés que saber es que a mayor profundidad, mayor presión. Esto es razonable porque a mayor presión hay más líquido por encima. La presión en el fondo va a depender la densidad del líquido. Si lleno el recipiente con mercurio, la presión va a ser mayor que si lo lleno con agua. La fórmula que relaciona todo esto es la siguiente:

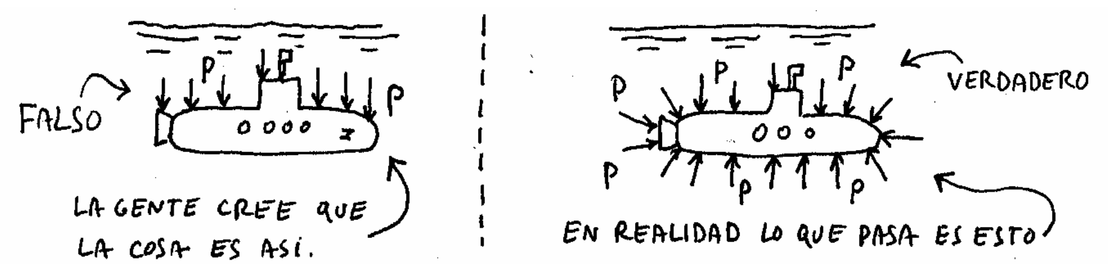
$$\boxed{P_h = \delta . g . h}$$

← PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD $\underline{h}$.

PRESIÓN DENSIDAD GRAVEDAD PROFUNDIDAD

A esta fórmula se la suele llamar <u>TEOREMA GENERAL DE LA</u> <u>HIDROSTÁTICA</u>. Tenés que conocer bien como se usa la ecuación P = δ.g.h . Aparece bastante en los problemas.

<u>ATENCIÓN</u>. Mucha gente cree que la presión del agua sólo empuja hacia abajo. Esto es <u>FALSO</u>. La presión se ejerce <u>EN TODAS DIRECCIONES</u>. Es decir, si vos tenés un submarino sumergido ...



<u>Ejemplo</u>: **Calcular que presión soporta un objeto sumergido a de 10 m bajo el agua. Dato: δ_{H_20} = 1 Kg / litro .**

Voy a calcular la presión con la fórmula P = δ.g.h. Como δ.g es el peso específico Rho, en este caso me conviene poner la fórmula como Presión = Rho×h. El peso específico del agua es de 1 Kgf/l. Entonces:

$$P = \rho . h = 1\,\frac{Kgf}{l} . 10\,m \Rightarrow$$

$$P = 1\,\frac{Kgf}{1000\,cm^{\cancel{3}\,2}} . 1000\,\cancel{cm}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 1\,\frac{Kgf}{cm^2}}$$

← PRESIÓN A 10 m DE PROFUNDIDAD.

Este resultado significa que la presión que soporta es de 1 Kgf/cm^2 <u>POR SOBRE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA</u>.

PRESIÓN MANOMÉTRICA Y PRESIÓN ABSOLUTA.

Supongamos que tengo un tanque lleno de gas. Una garrafa, por ejemplo. Quiero saber que presión hay adentro de la garrafa. Para averiguar esto lo que se hace a veces es colocar un tubo de la siguiente manera:

El gas de adentro empuja la columna de líquido y la hace subir una altura h. Más presión tiene la garrafa, mayor será la altura que va a subir el líquido. Si conozco la altura que subió el líquido puedo calcular la presión dentro del recipiente. Lo hago con la fórmula: Presión = $\delta_{líq}.g.h$. Supongamos que el líquido del manómetro es mercurio y sube hasta una altura de 76 cm. Esto querrá decir que la presión dentro del tanque es de 760 mm de Hg, es decir, una atmósfera.

Pero ojo, esta presión que acabo de medir es de una atmósfera POR ENCIMA DE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA. Se la llama PRESIÓN MANOMÉTRICA.

Ahora, si alrededor del tanque hay vacío, la altura de la columna se duplicaría. Sería de 2 x 76 cm = 152 cm de Hg, es decir, 2 atmósferas. Esta presión se llama presión ABSOLUTA. (Está referida al vacío).

CONCLUSIÓN:

PRESIÓN MANOMÉTRICA: Está referida a la presión atmosférica. PRESIÓN ABSOLUTA: Está referida al vacío total.

Si a vos te dan la presión manométrica y querés la absoluta, lo que tenés que hacer es sumar una atmósfera. La fórmula que relaciona la presión manométrica con la presión absoluta es:

$$\boxed{P_{absoluta} = P_{manom.} + 1\,atm.}$$

RELACION ENTRE LA P. ABSOLUTA Y LA MANOMETRICA

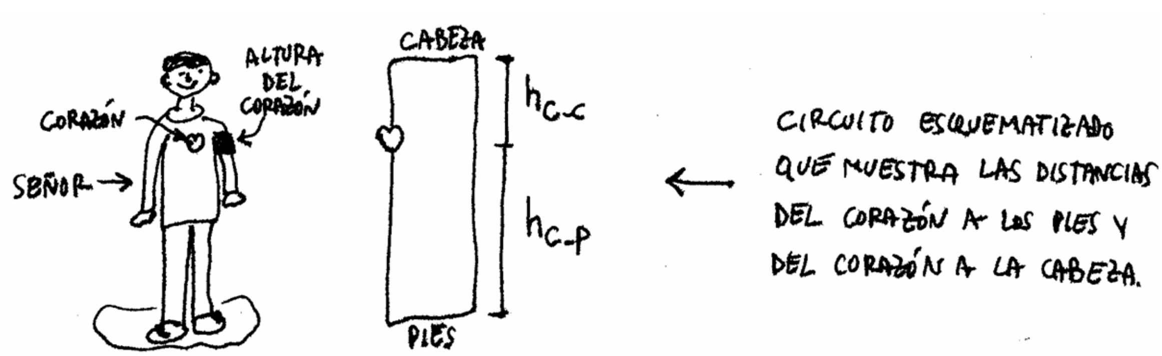
Para calcular la presión abajo del agua se usa la fórmula P = $\delta.g.h$. Esa fórmula me dice que la presión del agua aumenta una atmósfera por cada 10 m que uno se sumerge. Ojo. Esa presión **ES LA MANOMÉTRICA**. La absoluta sería $\delta.g.h$ + 1 atmósfera.

PRESION EN EL CUERPO HUMANO

Cuando te tomás la presión y decís: "tengo 120", lo que estás midiendo es la presión manométrica. Son 120 mm de Hg por arriba de la presión atmosférica. La presión absoluta sería de 880 mm de mercurio. (120 mm + 760 mm).

Dato importante: A grandes rasgos, el cuerpo humano se comporta como si fuera un tacho lleno de agua a presión. La presión en el interior de ese tacho sería de unos 12 cm de mercurio. (Presión manométrica).

Ahora, pregunta: ¿ Por qué la presión se toma en el brazo ? ¿ No se puede tomar en otro lado ? ¿ No puedo tomarla en el pié ?
Rta: Sí, se puede tomar en otro lado. Pero hay que hacer una corrección porque uno está tomando la presión a una altura **que no es la del corazón**. Fijate:



En el dibujo la distancia marcada como h_{C-P} es la distancia del corazón a los pies. La distancia marcada como h_{C-C} es la distancia del corazón a la cabeza. La presión en los pies va a ser **MAYOR** que la del corazón, porque va a haber que sumarle toda la presión que ejerce la columna de altura h_{C-P}.

$$\text{Presión}_{\text{Pie}} = \text{Pres}_{\text{corazón}} + \delta_S \, g \, h_{C-P}$$

La presión en la cabeza va a ser **MENOR** que la del corazón, porque va a haber que restarle tooooooda la presión que ejerce la columna de altura h_{C-C}.

$$P_{\text{cabeza}} = P_{\text{corazón}} - \delta_S \, g \, h_{C-C}$$

Por ejemplo, supongamos que para una persona la distancia del corazón a los pies h_{C-P} vale 1,2 m. La densidad de la sangre es más o menos la del agua, o sea, 1000 kg/m^3. Entonces para esa persona el valor $\delta.g.\ h_{C-P}$ va a valer:

$$\delta.g.\ h_{C\text{-}P} = 1000\ kg/m^3 \times 10\ m/s^2 \times 1,2\ m$$

$$\Rightarrow \delta.g.\ h_{C\text{-}P} = 12.000\ Pa$$

Este valor de 12.000 Pascales es aproximadamente igual a 90 mm de Hg. Entonces, si la presión del tipo a la altura del corazón es 120 mm de hg, la presión en los pies será de :

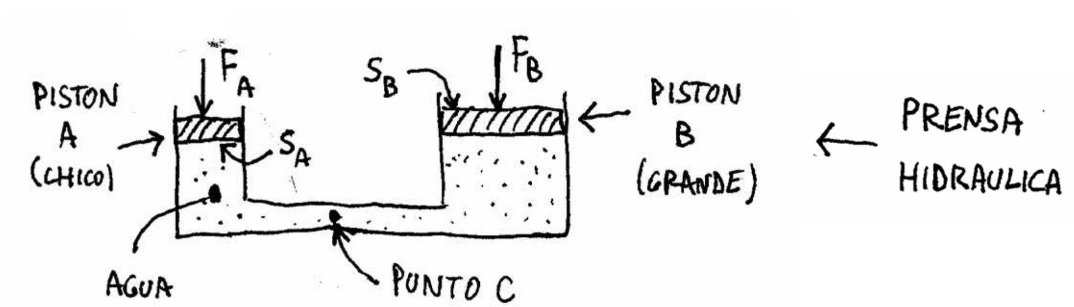
$$Presión_{Pie} = Pres_{corazón} + \delta_S\ g\ h_{C\text{-}P}$$

$$\Rightarrow Pres_{PIES} = \underline{210\ mm\ de\ Hg}$$

Resumiendo: En los pies la presión es mayor que en el corazón. En la cabeza la presión es menor que en el corazón.

PRENSA HIDRAULICA

La prensa hidráulica es un mecanismo que se usa apretar cosas o para levantar cosas pesadas. Algunos aparatos para levantar autos funcionan con este principio. Una prensa hidráulica consiste en 2 cilindros con 2 émbolos de distinto diámetro. Mirá el dibujito :



Mirá el punto C que marqué. En ese punto existe una cierta presión. La presión en ese punto tiene que ser la misma si vengo desde la izquierda o si vengo desde la derecha.
Si yo empujo el pistón A ejerciendo una fuerza F_A , la presión en C debida a esa fuerza es $P_A = F_A / Sup_A$. De la misma manera, si vengo desde la derecha, la presión que ejerce el cilindro B tiene que ser $P_B = F_B / Sup_B$. Entonces, si igualo las presiones

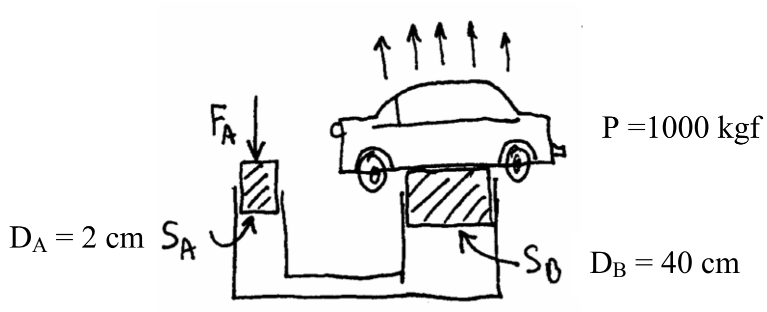
$$Presión\ en\ A = Presión\ en\ B$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{Sup_A} = \frac{F_B}{Sup_B}} \leftarrow$$

FORMULA PARA LAS PRENSAS HIDRAULICAS.

<u>Ejemplo</u>: Calcular que fuerza hay que hace para levantar un auto de 1000 kilos con una prensa hidráulica que tiene pistones de diámetros 2 cm y 40 cm.

Hago un dibujito :



Bueno, acá lo que hago es presionar sobre el pistón chico para levantar el peso que está en el pistón grande. Planteo que las presiones producidas en los 2 cilindros son iguales. Entonces :

Presión en A = Presión en B

$$\Rightarrow \quad \frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

$$F_A = \frac{F_B \,.S_A}{S_B} \quad \Rightarrow \quad F_A = \frac{F_B \,.\pi\,.R_A{}^2}{\pi.R_B{}^2}$$

Tengo Pi arriba y Pi abajo. Simplifico y me queda:

$$\boxed{F_A = F_B.\frac{R_A{}^2}{R_B{}^2}} \quad \leftarrow \text{FORMULA PARA LAS PRENSAS HIDRAULICAS.}$$

Conviene poner esta última ecuación en el resumen de fórmulas como " ecuación para las prensas hidráulicas de pistones de radios R_A y R_B " . Los diámetros eran 2 cm y 40 cm. Pero en la fórmula van los radios, que son el diámetro dividido 2. Reemplazando por estos valores

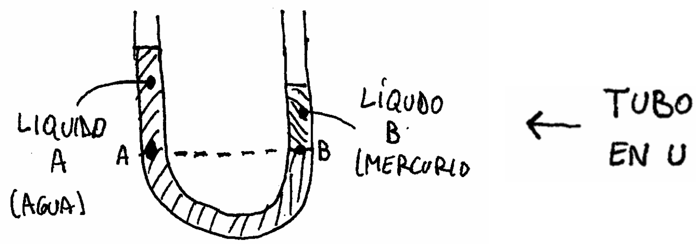
$$F_A = 1000\ \text{kgf}.\frac{(1\,\text{cm})^2}{(20\,\text{cm})^2}$$

$$\rightarrow \boxed{F_A = 2{,}5\ \text{kgf}} \quad \Leftarrow \text{FUERZA QUE HAY QUE APLICAR}$$

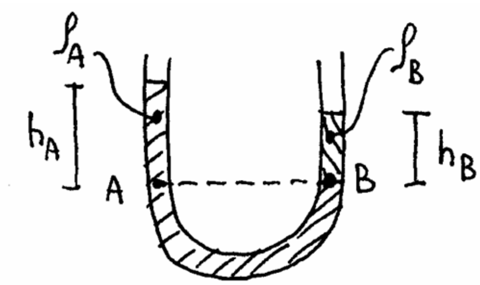
Lo que uno logra con una prensa hidráulica es poder levantar un peso grande haciendo una fuerza chica. La desventaja es que para levantar al peso a una cierta altura, uno tendrá que empujar el pistón chico una distancia mucho mayor a esa altura. Por ejemplo, en este caso si yo quiero levantar al auto una distancia de 10 cm, voy a tener que empujar el pistón chico una distancia de 40 m.

TUBOS EN U

Un tubo en U es una manguera doblada con líquido adentro. Sería una cosa así:



Adentro del tubo se ponen dos líquidos distintos. Tienen que ser líquidos que no se mezclen. Por ejemplo, agua y aceite, agua y mercurio o algo por el estilo. Si pongo un sólo líquido, las ramas llegan al mismo nivel. Si pongo 2 líquidos de densidades diferentes, las ramas quedan desiguales. Del lado del líquido de mayor densidad, voy a tener una altura menor. Lo que uno marca en el dibujo son las alturas de las ramas h_A y h_B.



La idea es calcular la relación entre las alturas h_A y h_B en función de los pesos específicos Rho_A y Rho_B . Para hacer esto planteo lo siguiente. Mirá el punto B. Ahí hay cierta presión que es el peso de la columna de liquido B. Es decir, $P_B = \rho_B . h_B$. De la misma manera si miro el punto A llego a la conclusión de que la presión en A vale $P_A = \rho_A . h_A$.
Y ahora , si lo pienso un poco más veo que como los puntos A y B están a la misma altura, las presiones P_A y P_B tiene que ser iguales. Es decir:

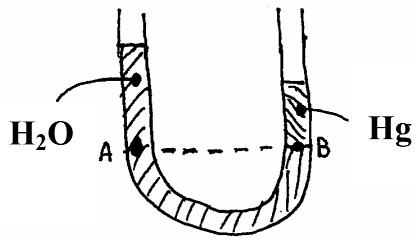
Presión en A = Presión en B

Entonces igualo las presiones y me queda la fórmula para tubos en U:

$$\boxed{\rho_A . h_A = \rho_B . h_B}$$ ← FORMULA PARA LOS TUBOS EN U.

NOTA: En esta fórmula la igualdad de las presiones se plantea en **el lugar donde está la separación entre ambos líquidos**. No se puede plantear la igualdad de presiones en cualquier lado.

<u>Ejemplo</u>: EN UN TUBO EN U SE COLOCAN AGUA Y MERCURIO. SABIENDO QUE LA ALTURA DEL MERCURIO EN LA RAMA DERECHA ES DE 10 cm CALCULAR LA ALTURA DEL AGUA EN LA RAMA IZQUIERDA. DATOS: $\delta_{AGUA} = 1\ g/cm^3$. $\delta_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$



<u>Solución</u>: Planteo la fórmula para tubos en U y despejo h_A: $\rho_A \cdot h_A = \rho_B \cdot h_B$

$$h_A = \frac{\rho_B \cdot h_B}{\rho_A}$$

$$\Rightarrow h_A = \frac{13{,}6\ \cancel{g/cm^3} \cdot 10\ cm}{1\ \cancel{g/cm^3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{h_A = 1{,}36\ m} \leftarrow \text{ALTURA DE LA COLUMNA DE AGUA.}$$

Todo esto que expliqué en esta teoría de hidrostática se puede aplicar bastante bien al cuerpo humano o a los animales suponiendo que son tachos llenos de agua a presión.

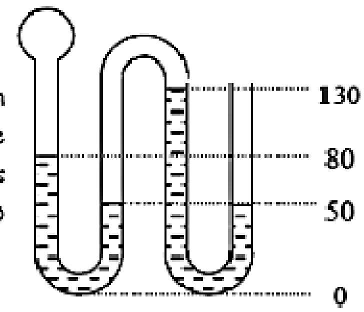
Por ejemplo, usando sólo la física tratá de deducir las respuestas a estas preguntas:
¿ Por qué la bolsa con suero tiene que estar arriba del paciente acostado ?
¿ Por que la gente se apuna en la Puna ?
¿ Por qué a veces uno se marea si está acostado y se levanta de golpe ?
¿ Por qué conviene acostar a una persona que se desmayó o que se está por desmayar?
¿Por qué cuando uno se corta, la sangre tiende a salir? ¿Por qué no se queda ahí quieta donde está?
¿ Por qué la presión se toma en el brazo ? ¿ No se puede tomar en la pierna ?

Una enfermera no tendría porqué saber la respuesta a estas preguntas. Se supone que un médico sí. (Essssaaa !)

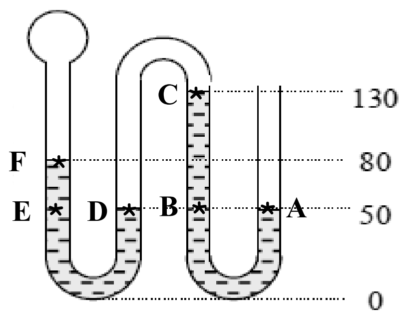
Fin teoría de hidrostática

HIDROSTÁTICA - EJERCICIOS SACADOS DE PARCIALES

1 El tubo de la figura está cerrado por un extremo y abierto por el otro, y tiene mercurio en equilibrio alojado en las dos asas inferiores. Los números indican las alturas en milímetros. Si la presión atmosférica es de 760 mm de mercurio y en el medio gaseoso se desprecia la variación de la presión con la altura ¿cuánto vale, en esas mismas unidades, la presión en el interior de la ampolla del extremo cerrado?



SOLUCIÓN: Voy a marcar unos puntos en el dibujito :



En el punto A hay presión atmosférica porque el tubo está abierto. Esta presión es de 760 mm de HG. B está a la misma altura, así que $P_B = P_A$. Para ir del punto B al punto C tengo que subir la altura h_{BC} que vale 80 cm. Entonces puedo calcular la presión del punto C como la presión en B menos la presión que ejerce la columna de líquido BC. Así que :

$$P_C = P_{Atm} - \text{Presión de la columna BC}$$

$$\Rightarrow P_C = 760 \text{ mm de HG} - 80 \text{ mm de HG}$$

$$\underline{P_C = 680 \text{ mm de HG}}$$

Fijate que la presión en C tiene que dar **MENOR** que la presión en B. Esto pasa porque para ir de B a C **hay que subir**. La presión en D es la misma que la presión en C porque entre C y D hay aire. Entonces $P_D = P_C$. A su vez la presión en E es la misma que la presión en D porque están a la misma altura. Para calcular la presión en F tengo que restar la presión de los 30 cm de mercurio que hay entre E y F. (Tengo que restar porque para ir de E a F tengo que subir). Entonces :

$$P_F = P_E - 30 \text{ mm de HG}$$

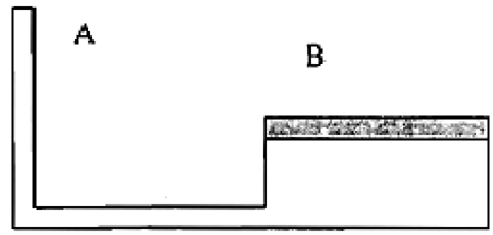
$$P_F = P_C - 30 \text{ mm de HG}$$

$\rightarrow$ P_F = 680 mm de HG - 30 mm de HG

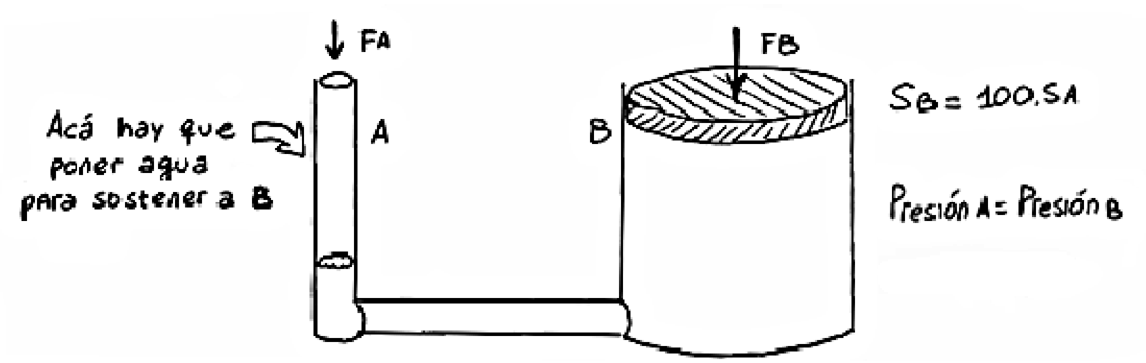
$\rightarrow$ **P_F = 650 mm de HG**

2- ¿Qué cantidad de agua hay que agregar en el tubo A para ejercer una fuerza de 1000 N sobre el émbolo B? La sección del tubo A es de 0,001 m^2 y es 100 veces menor que la sección del émbolo B.

	1 litro		0,1 litro
	2 litros		10 litros
	100 litros		50 litros



El enunciado no se entiende bien. (Bienvenido a Biofísica). Traduzco. Lo que están diciendo es que quieren que el pistón B pueda levantar algo que pesa 1.000 N = 100 kgf. Entonces lo que piden es que pongamos cierta cantidad de líquido en A para que haga presión sobre el émbolo B y genere la fuerza de 100 kgf. Por empezar, el tubo A tendría que estar abierto. (Bienvenido a Biofísica). Hagamos un esquema:



Entonces planteo que las presiones en los cilindros A y B son iguales

$$P_A = P_B \rightarrow \frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

$$F_A = \frac{F_B \cdot S_A}{S_B}$$

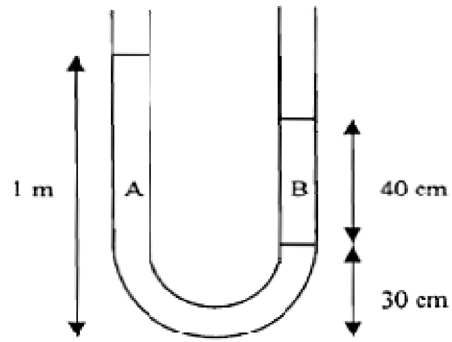
$$F_A = \frac{1000\,N \cdot S_A}{100\,S_A}$$

$\rightarrow$ F_A = 10 Newtons = 1 Kgf

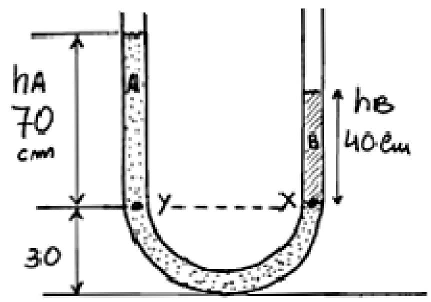
Estos 10 Newtons son el peso que hay que agregar en el cilindro A. O sea, 1 kilo fuerza. Un litro de agua pesa 1 kilo fuerza, entonces la masa de agua a agregar será de 1 litro.

3- Dos líquidos A y B se encuentran en equilibrio en el interior de un tubo abierto en ambos extremos como muestra la figura. La densidad del líquido B es de 10 g/cm^3. Entonces, la densidad del líquido A es, aproximadamente:

☐ 13,3 g/cm^3 ☐ 5,7 g/cm^3
☐ 10 g/cm^3 ☐ 4 g/cm^3
☐ 7 g/cm^3 ☐ 1,4 g/cm^3



Me dan un tubo en U con 2 líquidos. Haciendo el dibujo un poco más claro, lo que tengo es esto :



No hay trucos. Planteo la fórmula para tubos en U. Lo único que hay que fijarse bien es cuales son las alturas. La altura de la izquierda son 70 cm. La de la derecha son 40 cm :

$$\delta_A \cdot h_A = \delta_B \cdot h_B$$

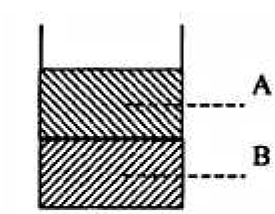
$$\delta_A = \frac{\delta_B \cdot h_B}{h_A}$$

$$\delta_A = \frac{10\ g/cm^3 \cdot 40\ cm}{70\ cm}$$

$$\boxed{\delta_A = 5{,}71\ g/cm^3}$$

---

4 – Dos líquidos que no se mezclan se encuentran en equilibrio formando capas de igual espesor como muestra la figura. Las presiones en los puntos A y B ubicados en la mitad de cada capa son $P_A = 1{,}2$ atm y $P_B = 2{,}2$ atm. Si δ_A es la densidad del líquido superior, la densidad del líquido inferior es :



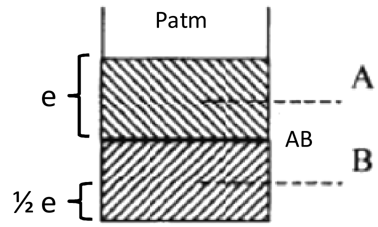
☐ $0{,}5\delta_A$ ☐ $0{,}25\delta_A$ ☐ $0{,}2\delta_A$
☐ $2\delta_A$ ☐ $4\delta_A$ ☐ $5\delta_A$

SOLUCIÓN : Para resolver este problema calculo la presión en el punto A, en la interfase AB y en el punto B (mirá el dibujo):

$P_A = P_{atm} + \delta_A \cdot g \cdot \frac{1}{2}\, e = 1{,}2\ atm$ → Acá e es el espesor de la capa de líquido, y P_{atm} la presión atmosférica.

$P_{AB} = P_{atm} + \delta_A \cdot g \cdot e$

$P_B = P_{AB} + \delta_B \cdot g \cdot \frac{1}{2}\, e = 2{,}2\ atm$



Si te fijás de la primera ecuación podés calcular:

$$2\,(P_A - P_{atm}) = \delta_A \cdot g \cdot e$$
$$2\,(1{,}2\ atm - 1\ atm) = \delta_A \cdot g \cdot e$$
$$\mathbf{0{,}4\ atm = \delta_A \cdot g \cdot e}$$

Con este dato calculás P_{AB}:

$$P_{AB} = P_{atm} + \delta_A \cdot g \cdot e$$
$$P_{AB} = 1\ atm + 0{,}4\ atm$$
$$\mathbf{P_{AB} = 1{,}4\ atm}$$

Y ahora sí podés plantear, con los datos de la tercera ecuación:

$$2\,(P_B - P_{AB}) = \delta_B \cdot g \cdot e$$

$$2\,(2{,}2\ atm - 1{,}4\ atm) = \delta_B \cdot g \cdot e$$

$$\mathbf{1{,}6\ atm = \delta_B \cdot g \cdot e}$$

Si dividís:

$$\frac{1{,}6\ atm}{0{,}4\ atm} = \frac{\delta_B \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{e}}{\delta_A \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{e}}$$

$$\boxed{4\,\delta_A = \delta_B}$$

FIN PROBLEMAS DE HIDROSTÁTICA

HIDRODINAMICA (Atento)

La gente suele decir que esta es la parte más difícil de toda esta unidad. Creo que es cierto. Ecuaciones feas, formulas difíciles de usar, cuentas largas, trucos, conceptos anti-intuitivos y todo tipo de cosas raras. Así que atento. Empiezo.

CAUDAL (Q)

La palabra caudal significa la cantidad de líquido que está pasando por segundo en un caño. Para calcular el caudal se hace la cuenta volumen de líquido que circula dividido tiempo.

$$\boxed{Q = \frac{\text{Volumen}}{\text{tiempo}}} \leftarrow \text{CAUDAL}$$

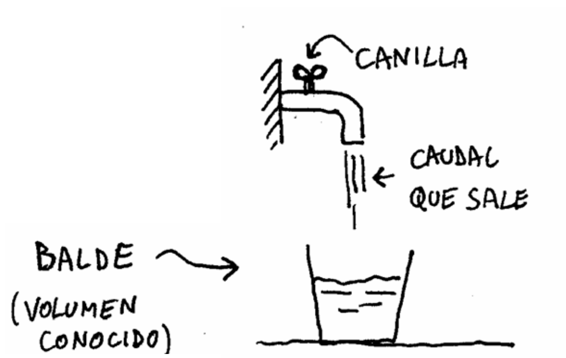
El caudal se mide unidades de volumen dividido unidades de tiempo. Generalmente se usan m^3/seg o litro/seg. A veces también se usa kg/seg. Estas no son las únicas unidades que se usan. Que no te extrañe si en un problema te aparece un caudal en cm^3/seg, dm^3/seg o en litros/hora.

$$\frac{m^3}{seg} \text{ ó } \frac{l}{seg} \text{ ó } \frac{Kg}{seg} \leftarrow \text{UNIDADES DEL CAUDAL}$$

Nota: La unidad kilogramos/hora o kg/seg es lo que se llama "caudal másico". Vendría a ser la cantidad de masa que pasa en un cierto tiempo. A veces te pueden dar como dato el caudal másico. (O te pueden pedir que lo calcules). Sabiendo el caudal másico puedo sacar al caudal en m^3 por segundo dividiendo la masa por la densidad del líquido .

¿Cómo se mide un caudal ?

Rta: Muy simple. Mirá el dibujito. Si vos querés saber que cantidad de agua sale por la canilla de tu casa, ponés un balde abajo y te fijás cuanto tarda en llenarse.



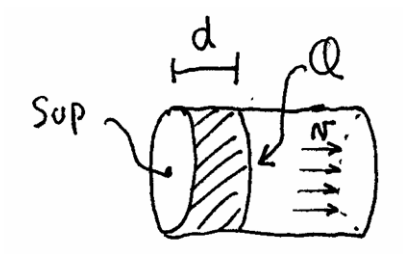
ASÍ SE MIDE UN CAUDAL EN LA PRÁCTICA.

Tomás el tiempo, te fijás cuantos litros cargó el balde y después hacés la cuenta volumen dividido tiempo. Una canilla común tira unos 10 litros por minuto.
A veces podés tener situaciones más complicadas donde no podés medir el caudal de esta manera. Por ejemplo, hay métodos especiales para calcular el caudal que bombea el corazón. (Que son unos 5 litros por minuto).

El significado de la palabra caudal es parecido al que vos conocés de la vida diaria. Por ejemplo, se habla de un río caudaloso, caudal de autos en una autopista, caudal de información, caudal de conocimientos o caudal de turistas que llegan al país.

<u>OTRA FORMULA PARA EL CAUDAL</u> (Q = V×S)

Fijate lo siguiente: El caudal es el volumen que circula dividido el tiempo que pasa.



$$Q = \frac{Vol}{\Delta t}$$

Entonces mirando el dibujito puedo hacer esta deducción. El líquido al moverse dentro del caño recorre una cierta distancia **<u>d</u>**. Entonces al volumen que circula lo puedo poner como Volumen = Superficie del caño × distancia.

$$Q = \frac{Sup \times d}{\Delta t}$$ ← Velocidad

Como distancia /Δt es velocidad:

$$\Rightarrow \boxed{Q = S \times v} \leftarrow$$ OTRA MANERA DE CALCULAR EL CAUDAL

CAUDAL SUP. del TUBO VELOCIDAD DEL LIQUIDO

Vamos a un ejemplo:

UNA CANILLA LLENA UN BALDE DE AGUA DE 10 LITROS EN 2 MINUTOS.

a) – CALCULAR EL CAUDAL QUE SALE POR LA CANILLA.
b) – CALCULAR CON QUÉ VELOCIDAD ESTA SALIENDO EL AGUA SI LA SECCION DE LA CANILA ES DE 1 cm^2,

a) Veamos. Tengo la canilla por la que sale el agua. Me dicen que salen 10 litros en 2 minutos. Entonces el caudal va a ser :

$$Q = \frac{Vol}{\Delta t} = \frac{10 \text{ litros}}{2 \text{ min}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = 5 \, \frac{l}{min}} \leftarrow$$ CAUDAL QUE SALE

b) Para calcular la velocidad con que sale el agua planteo Q = V x S . La superficie de la canilla es 1 cm^2 . Entonces :

$$Q = v \times S \quad \Rightarrow$$

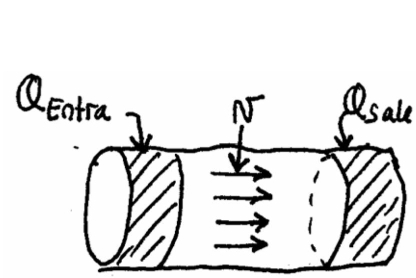
$$5 \, \frac{l}{min} = v \times 1 \, cm^2$$

$$\Rightarrow \frac{5000 \, cm^3}{60 \, seg} = v \times 1 \, \cancel{cm^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = 83{,}3 \, \frac{cm}{seg}} \leftarrow$$ VELOCIDAD DEL AGUA A LA SALIDA

<u>ECUACION DE CONTINUIDAD</u> (IMPORTANTE)

Fijate esto: Imaginate un caño que tiene un diámetro de 10 cm. Supongamos que por el caño están entrando 5 litros por minuto. Pregunta: ¿qué cantidad de líquido está saliendo por la otra punta del caño?



<u>Rta</u>: Esto no hay que pensarlo mucho. Es lo que te imaginás. Todo lo que entra, tiene que

salir. Si entran 5 litros por minuto, tienen que estar saliendo 5 litros por minuto. Dicho de otra manera, el caudal que entra es igual al caudal que sale. Si entran 5, salen 5. Si entran 10, salen 10. Conclusión:

$$Q_{Entra} = Q_{sale}$$

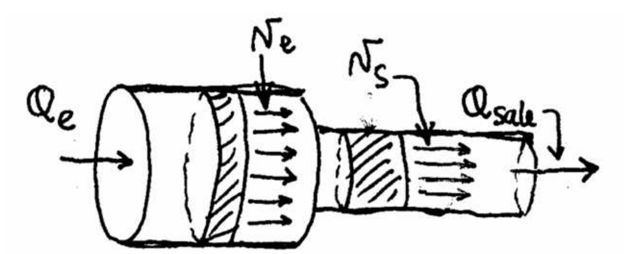
Como al caudal lo puedo poner como Velocidad x Superficie, la fórmula que me queda es :

$$\boxed{V_e \cdot S_e = V_s \cdot S_s}$$

ECUACION DE CONTINUIDAD

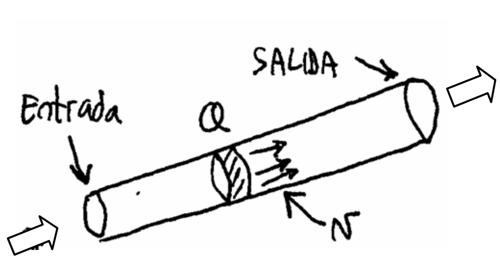
En esta fórmula $\mathbf{V_e}$ es la velocidad del líquido a la entrada y $\mathbf{S_e}$ es la sección del caño a la entrada. (Sección = Superficie = área). Lo mismo con V_S y S_S para la salida.
A esta fórmula ellos la llaman "ecuación de continuidad". El nombre "continuidad" significa algo así como que "el caudal siempre es continuo, no se interrumpe".

Algo importante. Fijate que el asunto no cambia si el tubo se ensancha o se hace más angosto. Aunque el caño cambie su sección, siempre se cumple que todo lo que está entrando tiene salir.



Acá también
$Q_{Entra} = Q_{sale}$

Lo mismo pasa si el tubo está inclinado o si está vertical. Esté como esté, todo lo que entra siempre es igual a lo que sale



Acá también
$Q_{Entra} = Q_{sale}$

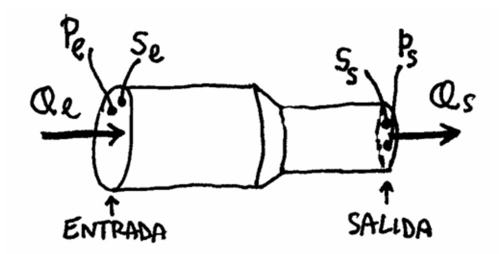
LA ECUACION DE CONTINUIDAD TAMBIEN SIRVE SI EL TUBO ESTA INCLINADO O SI ES VERTICAL

Resumiendo, la ecuación de $V_e \times S_e = V_s \times S_s$ se puede usar <u>**SIEMPRE**</u>. (siempre). El tubo puede ser horizontal o inclinado. Puede tener ensanchamientos o no. Incluso puede ser vertical. La ecuación de continuidad siempre es válida y siempre se puede usar. Sea el tubo que sea y sea el líquido que sea. (No sé, mercurio, por ejemplo).

El único caso en que la fórmula de continuidad no se puede usar es si en vez de tener un líquido uno tiene **un gas**. Un gas puede comprimirse. Entonces ahí no vale que todo lo que entra tiene que ser igual a todo lo que sale. No problem. No te van a tomar ejercicios con caños que tengan gases.

EJEMPLO:

EL CAÑO DE LA FIGURA TIENE DIAMETROS 20 cm Y 10 cm. SABIENDO QUE LA VELOCIDAD A LA ENTRADA ES DE 5 m/s, CALCULAR LA VELOCIDAD A LA SALIDA.



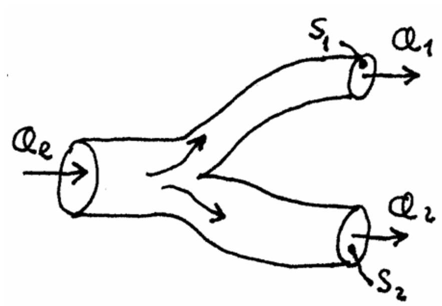
Planteo la ecuación de continuidad $V_e \times S_e = V_s \times S_s$. Los diámetros son 20 cm y 10 cm. Quiere decir que los radios son 10 cm y 5 cm. Me queda :

$$5\ m/s \times \pi \times (\ 10\ cm\ )^2 = V_s \times \pi \times (\ 5\ cm\ )^2$$

➔ $\underline{V_s = 20\ m/s}$ ← **VELOCIDAD DE SALIDA**

TUBOS CON RAMIFICACIÓN ← LEER

A veces te pueden dar un tubo que se divide en dos. Esto es lo que pasa en las venas y en las arterias. Sería este caso :



← TUBO CON UNA RAMIFICACIÓN

A veces la gente se confunde con este tipo de cosas y dice: bueno, no tengo ni idea de cómo se plantea esto. ¿ Qué hago ? ¿ Qué hago ? ¿ Qué hago ?!
¿ Será que la superficie de la entrada tiene que ser igual a la suma de las superficies a la

salida ? ¿ Será que la velocidad a la entrada tiene que ser igual a la suma de las velocidades a la salida ?
Rta: ¡ Alto ! ¡ Detente ! No hagas las cosas sin pensar. Esto es Biofísica. Cada punto cuenta en esta materia. No digas lo primero que se te ocurre. Fijate, hay que pensarlo: ¿ Te dicen que el caño se divide en dos ? ¿ Entonces qué pasa ?
Rta: Y bueno, entonces todo el caudal que entra tiene que ser el caudal que sale. O sea,

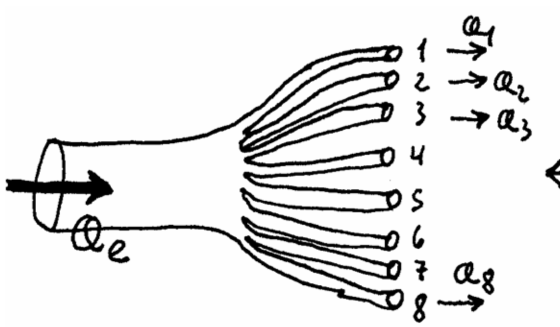
$$Q_e = Q_1 + Q_2 \Rightarrow$$

$$v_e S_e = v_1 S_1 + v_2 S_2 \quad \leftarrow$$ ECUACIÓN DE CONTINUIDAD P/ TUBO CON RAMIFICACIÓN

Dejame hacerte unas preguntitas a ver si entendiste el asunto :
Pregunta 1 : ¿ La suma de las 2 secciones de salida es igual a la sección de entrada ?
Pregunta 2 : ¿ Podría ocurrir que las 2 velocidades de salida fueran iguales ? (Pensalo)

TUBOS CON MUCHAS RAMIFICACIONES ← VER

A veces te pueden dar un tubo que se divide en muchos tubitos chiquitos. Esto es lo que pasa en los vasos capilares. Viene un vaso grande que se divide en muchos vasos chiquitos, Sería este caso:



← TUBO CON MUCHAS RAMIFICACIONES

Acá también la gente se confunde y en el apuro pone cualquier cosa. Otra vez: NO-HAGAS-LAS-COSAS-SIN-PENSAR ! Fijate. Si el tubo principal se divide en 8, entonces el caudal que entra Q_e tiene que ser igual a la suma de los 8 caudales Q_s que salen. Entonces el planteo sería:

$$Q_e = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_8 \Rightarrow$$

O sea:

$$v_e S_e = v_1 S_1 + v_2 S_2 + \ldots + v_8 S_8 \quad \leftarrow$$ ECUACIÓN QUE SE PLANTEA P/ UN TUBO CON MUCHAS RAMIFIC.

Otra vez te pregunto: ¿ Las velocidades de salida serán todas iguales en cada tubito ?
¿ La suma de todas las secciones de la salida será igual a la sección de entrada ?

<u>ECUACION DE BERNOULLI</u> (ATENCION)

La ecuación de Bernoulli es la fórmula más importante de toda esta parte de hidrodinámica. Es la ecuación que más se usa y es la que trae más problemas. Te doy la fórmula sin demostración :

$$\boxed{P_e + \frac{1}{2}\delta v_e^2 + \delta g h_e = P_s + \frac{1}{2}\delta v_s^2 + \delta g h_s} \leftarrow$$

ECUACION DE BERNOULLI

De este choclazo tenés que saber varias cosas:

1 – Esta fórmula es la ecuación de la conservación de la energía para el líquido que va dentro del tubo. Al plantear este choclazo, lo que uno plantea es la conservación de la energía. <u>Conclusión</u>: Bernoulli no se puede plantear si el líquido tiene viscosidad. La viscosidad es el rozamiento de los líquidos. Si hay rozamiento, la energía no se conserva.

2- Es muy común hacerse líos con las unidades en la ecuación de Bernoulli. Es lógico porque hay muchas letras raras. Te aclaro lo que significa cada cosa. Fijate:

P_{ent} = Presión a la entrada. Va en Pascales = Newton/m^2
P_{sal} = Presión en la salida. Va en Pascales = Newton/m^2

Delta: (δ) Es la densidad del líquido. Va en Kg/m^3

V_{ent} = Velocidad del líquido en la entrada. Va en m/s
V_{sal} = Velocidad del líquido en la salida. Va en m/s

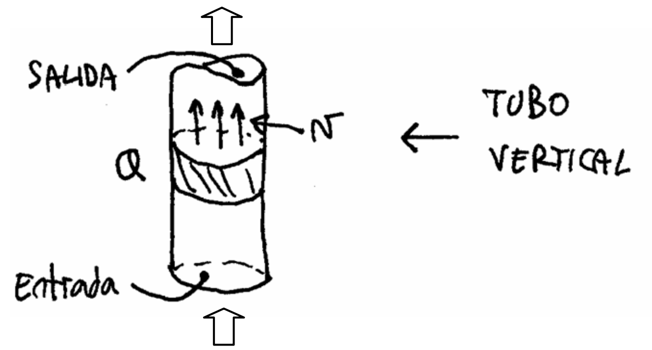
g : Aceleración de la gravedad (= 10 m/s^2)

h_{ent} = Altura del líquido en la entrada. Va en m.
h_{sal} = Altura del líquido en la salida. Va en m.

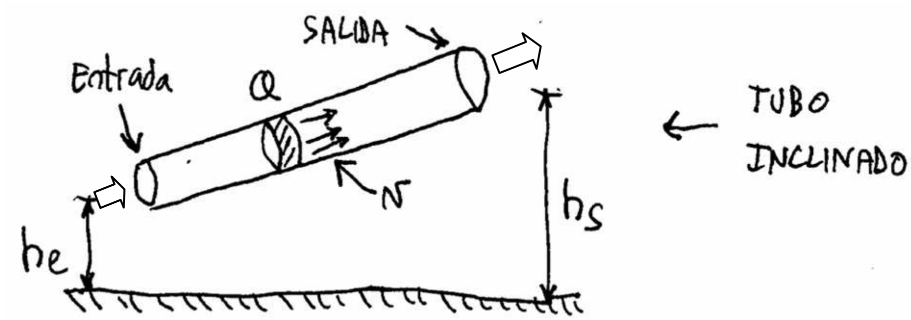
VER

SIGNIFICADO DE CADA TERMINO EN LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

3 – Esta ecuación así como está vale en y se puede usar siempre que el líquido no tenga viscosidad. Sirve si el tubo es vertical, horizontal o si está inclinado. Tubo inclinado o tubo vertical es lo más difícil que te pueden llegar a tomar. Mirá bien las 2 situaciones que pongo ahora. Tenés que reconocerlas si llega a aparecer un problema de este tipo. Un tubo vertical es esto:



El líquido puede estar subiendo o bajando. En este dibujo el líquido sube. Si baja cambian la entrada y la salida. La otra situación complicada que puede aparecer es tubo inclinado. Sería este caso:



A su vez los tubos verticales o inclinados pueden cambiar de sección en el medio. O sea pueden cambiar de diámetro y hacerse más angostos o mas anchos.

ECUACION DE BERNOULLI PARA TUBOS HORIZONTALES

Hay algo que puede llegar a salvarte si te toman un problema de Bernoulli. Es el caso de que el tubo esté horizontal. Si el tubo está horizontal la ecuación se reduce un poco.

Concretamente, desaparecen los términos de la ecuación que tenían **h**. Esto pasa porque al ser el tubo horizontal, la altura en la entrada es igual a la altura en la salida. Entonces, para tubos horizontales la ecuación queda así :

$$\boxed{P_e + \frac{1}{2}\delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\delta v_s^2}$$

← ECUACION DE BERNOULLI PARA TUBOS HORIZONTALES

Se pueden poner las presiones del mismo lado de la ecuación. En ese caso la fórmula de Bernoulli queda :

$$P_e - P_s = \frac{1}{2}\,\delta_{Liq}\left(v_s^2 - v_e^2\right)$$

Van las mismas aclaraciones que te dije para la ecuación de Bernoulli completa:

P_{ent} = Presión en la entrada. Va en Pascales = Newton/m^2 P_{sal} = Presión en la salida. Va en Pascales = Newton/m^2 Delta: (δ) Es la densidad del líquido. Va en Kg/m^3 V_{ent} = Velocidad del líquido en la entrada. Va en m/s V_{sal} = Velocidad del líquido en la salida. Va en m/s g : Aceleración de la gravedad = 10 m/s^2

⇦ TUBOS HORIZONTALES SIGNIFICADO DE CADA TERMINO EN LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

ANALISIS DE LAS ECUACIONES DE CONTINUIDAD Y DE BERNOILLI

Puesto que veo que ya estás un poco mareado con tanto lio de fórmulas, te hago un pequeño resumen. Después del resumen te pongo unas conclusiones muy importantes de la hidrodinámica. (Atención)

En hidrodinámica tenemos 2 (dos) ecuaciones que se usan para resolver los problemas. Estas ecuaciones son las de continuidad y la de Bernoulli. Acá van:

$$\boxed{v \cdot S = \text{CONSTANTE}} \leftarrow \text{ECUACION DE CONTINUIDAD}$$

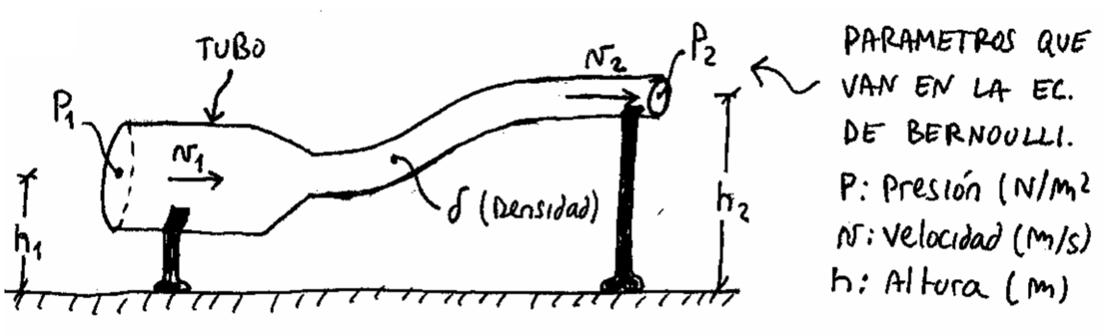
$$\boxed{P + \frac{1}{2}\delta v^2 + \delta g h = \text{constante}} \leftarrow \text{ECUACION DE BERNOULLI.}$$

La ecuación de continuidad me dice que todo el caudal (l/seg) que entra por un lado de un tubo, tiene que salir por el otro lado del tubo. Esto vale tanto si el caño tiene diámetro constante como si el diámetro cambia. (Angostamiento o ensanche).

En la ecuación de continuidad **v** es la velocidad del líquido y va en m/s. **S** es la superficie del tubo. Va en m^2. Acordate por favor que la superficie de un círculo es: Sup = $\pi . r^2$. Si pensás un poco, vas a ver que el término V$\times$S da en m^3/seg. Esto es lógico porque el término V$\times$S es el caudal que circula.

Acordate también que cuando yo digo "caudal que entra", puedo estar hablando de litros/seg, m^3/seg o Kg/seg. Tenés que saber pasar de una unidad a otra.

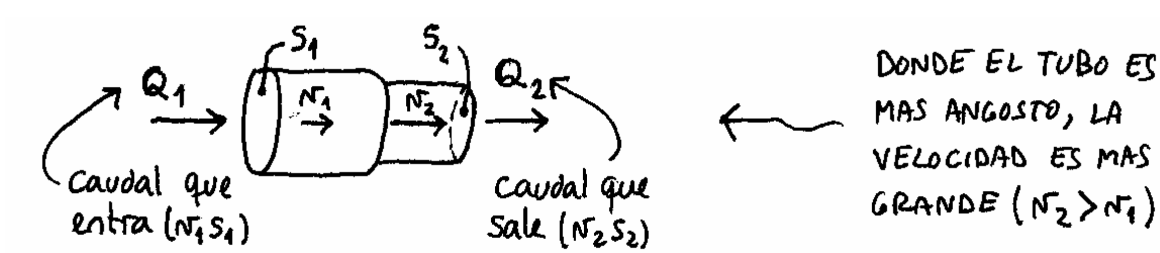
Vamos ahora a la ecuación de Bernoulli. En la ecuación de Bernoulli, P_e es la presión a la entrada del tubo y P_s es la presión a la salida del tubo. Van en la fórmula en Pascales. (Pa = Newton /m^2). <u>δ</u> (delta) es la densidad del líquido que circula. Va en Kg/m^3.
Ve y **Vs** son las velocidades a la entrada y a la salida del tubo. Van en la fórmula en m/seg.
g es la aceleración de la gravedad. Es siempre positiva y vale 10 m/seg^2.
<u>h</u> (hache) es la altura del tubo al suelo. Si el tubo es horizontal $h_1 = 0$ y $h_2 = 0$. (No hay altura). h_1 y h_2 van en la ecuación en m.



De las ecuaciones de continuidad y Bernoulli sacamos varias ideas importantes. Fijate :

CONCEPTO UNO: <u>A MAYOR SECCIÓN, MENOR VELOCIDAD</u>

De la ecuación de continuidad hago una deducción importante: si el valor V×S siempre se tiene que mantener constante, entonces donde el tubo sea más angosto <u>LA VELOCIDAD SERÁ MAYOR</u>. (Atento).



Esto pasa porque el caudal que circula es constante. Entonces si el tubo se hace más angosto, para que pueda circular el mismo caudal, la velocidad de líquido tiene que aumentar. Exactamente lo contrario pasa si el caño se hace mas ancho. La velocidad del líquido tiene que disminuir para que pueda seguir pasando el mismo caudal.

Vamos ahora a la 2da deducción importante que podemos hacer en hidrodinámica.

CONCEPTO DOS: <u>A MAYOR VELOCIDAD, MENOR PRESIÓN</u>

Algo importante que se puede deducir de la ecuación de Bernoulli es que en el lugar donde la velocidad del líquido que circula sea <u>mayor</u>, la presión será <u>menor</u>. Aclaración importante: Esto pasa solo si el tubo es horizontal. (Ojo). Recordá la fórmula para tubos horizontales:

$$\boxed{P_e + \frac{1}{2}\,\delta\, v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\,\delta\, v_s^2}$$

← ECUACION DE BERNOULLI PARA TUBOS HORIZONTALES

Es un poquito complicado explicar como se deduce que a mayor velocidad del líquido, menor presión. A ver si me seguís: Fijate que la ecuación tiene 2 términos del lado izquierdo y 2 términos del lado derecho.

En realidad el término $P_e + \frac{1}{2}\,\delta\, V_e^2$ vale lo mismo que el término $P_S + \frac{1}{2}\,\delta\, V_s^2$. Quiere decir que si el lado izquierdo de la ecuación vale 10, el lado derecho también tiene que valer 10. Entonces, fijate esto. Vamos a ver qué pasa si cambia la sección. Supongamos que vos estás regando con una manguera y apretás la punta. El diámetro de la manguera se achica y ahora el agua sale con mayor velocidad. Lo que hago es aumentar la velocidad de salida. Al aumentar la velocidad de salida, la Presión en la salida tendrá que disminuir.

¿ Por qué ?

<u>Rta</u>: Bueno, <u>v</u> aumenta, pero el término $P_S + \frac{1}{2}\,\delta\, V_s^2$ tiene que seguir valiendo lo mismo que antes. Entonces P_S tiene que hacerse más chica para que se siga cumpliendo la igualdad.

Es decir que si la velocidad a la salida **<u>aumenta</u>**, la presión en la salida va a **<u>disminuir</u>**.
Este concepto de que "a mayor velocidad, menor presión" es bastante anti-intuitivo. Lo que termina pasando es al revés de lo que uno diría que tiene que pasar. Lo razonable sería decir que "a mayor velocidad, mayor presión". Pero no es así. Lo que ocurre en la realidad es lo contrario. Es decir, repito, a **<u>mayor</u>** velocidad, **<u>menor</u>** presión.

El concepto de "mayor velocidad, menor presión" tenés que saberlo porque se usa un montón en los problemas. También es común que tomen preguntas teóricas que finalmente se terminan resolviendo aplicando la idea de que " a mayor velocidad, menor presión ".
<u>CONCLUSIÓN</u>:

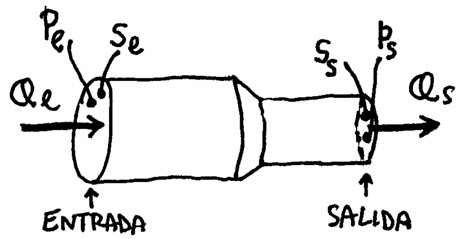
RECORDAR ➔ **MAYOR VELOCIDAD ➔ MENOR PRESIÓN** ⇦ VER

CONCEPTO TRES: <u>A MAYOR SECCION, MAYOR PRESION</u>

Hasta ahora relacioné el concepto de sección con el de velocidad y el concepto de velocidad con el de presión. Ahora voy a relacionar el concepto de sección con el de presión. Fijate:

Por un lado te dije que a menor sección, mayor velocidad. (Continuidad). Por otro lado te dije que a mayor velocidad, menor presión. (Bernoulli en tubos horizontales). Uniendo estas 2 ideas en una sola, puedo decir que a menor sección, menor presión. O lo que es lo mismo, **a mayor sección, mayor presión**.
Esta conclusión significa que donde mayor sea el diámetro del tubo, mayor va a ser la presión en el líquido que circula. (Esto vale sólo para tubos horizontales).Si pensás un poco te vas a dar cuenta que esta conclusión también es bastante anti-intuitiva. Pero bueno, Así son las cosas. (Bienvenido a Biofísica).

Hagamos un dibujito y resumamos las 3 frases célebres de la hidrodinámica : OJO



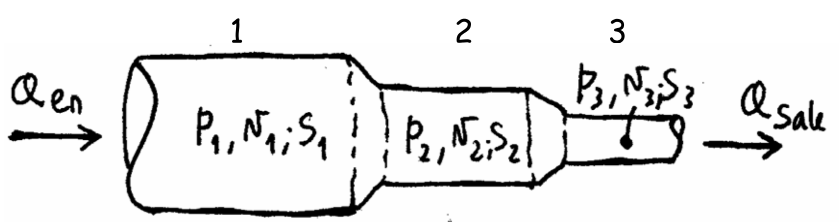
Mayor sección, menor velocidad

Mayor velocidad, menor presión

Mayor sección, mayor presión

EJEMPLO:

EL CILINDRO DE LA FIGURA TIENE DIAMETRO VARIABLE. EL LIQUIDO CIRCULA EN EL SENTIDO INDICADO. ORDENEAR LAS PRESIONES Y LAS VELOCIDADES EN CADA TRAMO DE MENOR A MAYOR. INDICAR COMO SE MODIFICA LO ANTERIOR SI EL FLUIDO CIRCULA EN SENTIDO CONTRARIO



Bueno, el asunto no es muy difícil para el que conoce las frases salvadoras de la hidrodinámica. Las respuestas serían:

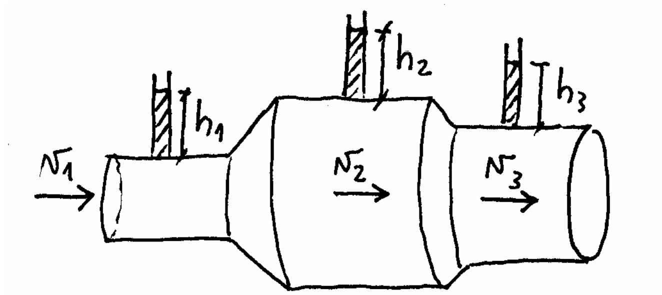
Mayor sección, menor velocidad $\Rightarrow \boxed{v_1 < v_2 < v_3}$

Mayor velocidad, menor presión $\Rightarrow \boxed{P_3 < P_2 < P_1}$

(También se podría haber razonado usando la frase: Mayor sección → Mayor presión).
Ahora: ¿ Cambia el asunto si el líquido circula al revés ?
Rta: No cambia nada. El sentido de circulación del fluido no influye. (Pensalo).

OTRA VARIANTE DEL MISMO PROBLEMA ANTERIOR

EL CILINDRO DE LA FIGURA TIENE DIAMETRO VARIABLE. EL LIQUIDO CIRCULA EN EL SENTIDO INDICADO. LOS TUBOS VERTICALES ESTÁN CONECTADOS AL INTERIOR Y CONTIENEN MERCURIO. PARA CADA TRAMO ORDENEAR LAS VELOCIDADES Y LAS ALTURAS DEl LIQUIDO EN LOS TUBITOS DE MAYOR A MENOR.



Aclaración: Los tubitos con mercurio lo que hacen es indicar la presión dentro del caño. A mayor altura de mercurio, mayor presión. Veo que $S_2 > S_3 > S_1$. Entonces, otra vez lo que hago es razonar según las frases salvadoras de hidrodinámica:

MAYOR SECCIÓN → MENOR VELOCIDAD

MAYOR SECCIÓN → MAYOR PRESIÓN

Conclusión:

$$v_1 > v_3 > v_2 \quad y \quad h_2 > h_3 > h_1$$

Igual que en el ejemplo anterior, el asunto no se cambia si el líquido va para el otro lado.

DIFERENCIA DE PRESIÓN

A veces en los problemas piden calcular la DIFERENCIA DE PRESIÓN. Diferencia significa resta. Esto quiere decir que te están pidiendo que hagas la cuenta $P_1 - P_2$. Entonces:

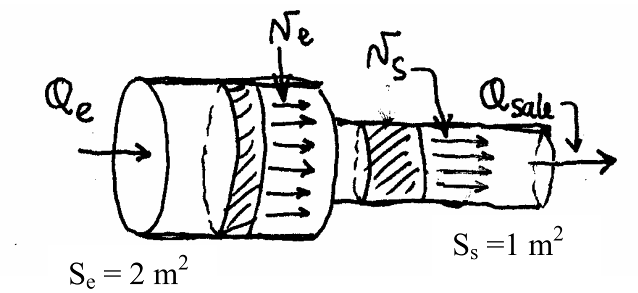
$\boxed{\Delta P = P_1 - P_1}$ ← DIFERENCIA DE PRESIÓN

Cuando uno calcula Delta Pe con esta fórmula, P_1 puede ser la P_{salida} o la $P_{entrada}$ depende el caso.

Ejemplo de cómo se usan las ecuaciones de Bernoulli y de continuidad.

POR UN CAÑO HORIZONTAL CIRCULA UN CAUDAL DE 10 m^3/seg DE AGUA.
a) - CALCULAR LA VELOCIDAD DEL AGUA EN UNA PARTE DONDE AL CAÑO TIENE UNA SECCION DE 2 m^2 Y EN OTRA PARTE DONDE EL CAÑO TIENE UNA SECCION DE 1 m^2
b) – CALCULAR LA DIFERENCIA DE PRESIÓN QUE EXISTE ENTRE ESTAS 2 SECCIONES
c) - DONDE ES MAYOR LA PRESION, ¿ EN LA SECCION DE 2 m^2 o EN LA DE 1 m^2 ?

Hago un dibujito del lo que plantea el problema. Tengo un caño horizontal por donde circula un caudal de 10 m^3/seg de agua.



a) - Para calcular las velocidades a la entrada y a la salida planteo continuidad: $Q = V \times S$
El caudal me lo dan y es de 10 m^3/seg. Entonces calculo las velocidades:

$$Q = v \times S$$

$$v_e \times 2 m^2 = 10 \frac{m^3}{seg} \Rightarrow \boxed{v_e = 5 \frac{m}{s}} \leftarrow \text{VELOCIDAD A LA ENTRADA}$$

$$v_s \times 1 m^2 = 10 \frac{m^3}{seg} \Rightarrow \boxed{v_s = 10 \frac{m}{s}} \leftarrow \text{VELOCIDAD A LA SALIDA.}$$

b) – Para calcular la diferencia de presión planteo Bernoulli para tubos horizontales:

$$P_e + \frac{1}{2} \delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2} \delta v_s^2$$

Como me piden la diferencia de presión, voy a pasar las 2 presiones para el mismo lado.
Me queda:

$$P_e - P_s = \frac{1}{2} \delta \left(v_s^2 - v_e^2 \right)$$

Conviene recordar la expresión de Bernoulli escrita así. A alguna gente le resulta más fácil trabajar con la ecuación puesta en función de la diferencia de presiones. Reemplazando por los datos me queda el siguiente choclazo:

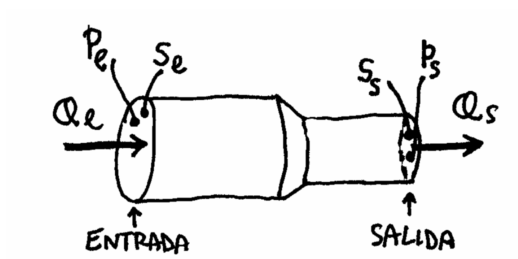
$$\Rightarrow \Delta P = \frac{1}{2}\ 1000 \frac{Kg}{m^3} \left[\left(10 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(5 \frac{m}{s}\right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta P = 37.500\ Pa} \leftarrow$$ DIFERENCIA DE PRESIÓN

c) – La presión a la entrada es mayor que a la salida. Me doy cuenta de eso porque a la entrada la velocidad es menor (La sección a la entrada es mas grande). Y como la velocidad es menor, la presión será mayor. Para deducir esto apliqué el principio de mayor velocidad, menor presión.

ECUACIÓN DE BERNOULLI REDUCIDA (IMPORTANTE) ← VER ESTO

Tengo un tubo horizontal. Para ese tubo se cumplen las ecuaciones de continuidad y de Bernoulli.



Planteo continuidad y despejo la velocidad de salida V_s . Me queda :

$$\text{Por continuidad} \quad v_e S_e = v_s . S_s \Rightarrow v_s = \frac{v_e S_e}{S_s}$$

Reemplazando V_s en la ec de Bernoulli $\quad P_e - P_s = \frac{1}{2} \delta_{LIQ} \left(v_s^2 - v_e^2 \right)$

$$P_e - P_s = \frac{1}{2} \delta_L \left(v_e^2 \frac{S_e^2}{S_s^2} - v_e^2 \right)$$

VER

$$\Rightarrow \boxed{P_e - P_s = \frac{1}{2} \delta_{LIQ}\, v_e^2 \left(\frac{S_e^2}{S_s^2} - 1 \right)} \leftarrow$$ EC. DE BERNOULLI P/ TUBOS HORIZONTALES EN FUNC. DE LAS SECCIONES

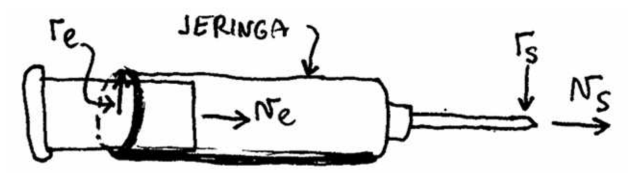
Acá deduje la ecuación reducida en función del valor V_e . Pero a veces ellos dan como dato **V_s**. Entonces despejo V_s de la ecuación de continuidad: $V_e \times S_e = V_s \times S_s$ ➔ $V_s = V_e \times S_e / S_s$. Reemplazo en la ecuación reducida y me queda:

$$P_e - P_s = \frac{1}{2} \delta_L\, v_s^2 \left(1 - \frac{S_s^2}{S_e^2} \right)$$

Estas 2 ecuaciones reducidas son importantes en algunos casos porque ahorran cuentas. Ellos generalmente no suelen darte como dato las velocidades a la entrada y a la salida del tubo. Casi siempre te dan las secciones del tubo. Entonces uno tiene que calcular $V_{ENTRADA}$ y V_{SALIDA} por continuidad. Esto no es terrible, pero hay que hacer la cuenta y uno se puede equivocar.
Las ecuaciones reducidas **YA TIENEN** todo puesto en función de las secciones, así que hay que hacer menos cálculos.
Por otro lado, otra ventaja de esta ecuación es esta: Mirá el término S_e^2 / S_s^2 o S_s^2 / S_e^2. Uno puede poner la sección en la fórmula en cualquier unidad porque se simplifican. O sea, si te dan la sección del tubo en cm^2, la ponés en cm^2. si te la dan en mm^2, la ponés en mm^2. Es lo mismo. No hay que andar cambiando de mm^2 a $metro^2$ ni nada por el estilo.
Esto de poder poner la sección en cualquier unidad también ahorra tiempo.

EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA ECUACION DE BERNOULLI REDUCIDA

SE TIENE UNA JERIGA LLENA CON UN LIQUIDO DE DENSIDAD 1,02 g / cm^3. EL DIAMENTRO DE LA SECCION DE ENTRADA ES DE 5 cm. EL DIAMETRO INTERIOR DE LA AGUJA ES DE 0,5 mm. SE DESEA QUE EL LIQUIDO SALGA A UNA VELOCIDAD DE 6 m/s. CALCULAR LA PRESIÓN QUE HABRÁ QUE EJERCER SOBRE EL EMBOLO DE LA JERINGA. DATO: PRESION EXTERIOR = 1 Atmósfera



Resuelvo este problema planteando Bernoulli entre la entrada y la salida. En este caso conviene usar la ec de Bernoulli reducida. Entonces pongo :

$$P_e - P_s = \frac{1}{2} \delta_l \, v_s^2 \left(1 - \frac{S_s^2}{S_e^2}\right)$$

Fijate que no me dan las secciones del tubo. Me dan el diámetro de entrada y el de salida. Entonces el factor S_s^2 / S_e^2 queda así:

$$\frac{S_s^2}{S_e^2} = \frac{\cancel{\pi^2}\, r_s^4}{\cancel{\pi^2}\, r_e^4} \Rightarrow \frac{S_s^2}{S_e^2} = \frac{r_s^4}{r_e^4}$$

$$P_e - P_s = \frac{1}{2}\, 1020 \,\frac{Kg}{m^3} \left(6\,\frac{m}{s}\right)^2 \left[1 - \frac{(0{,}25)^4}{(25)^4}\right]$$

Fijate que la presión a la salida ES LA ATMOSFERICA (760 mm de Hg). Entonces :

$$\Rightarrow P_e = 760 \text{ mm de Hg} + 18.360 \text{ Pa}$$

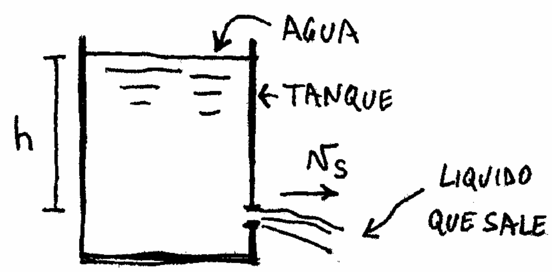
$$\boxed{P_e = 898 \text{ mm de Hg}}$$ ⇐ PRESIÓN A EJERCER EN EL EMBOLO

EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL TEOREMA DE BERNOULLI (IMPORTANTE)

Hay algunas situaciones que a veces toman en los parciales. Pueden ser preguntas teóricas o pueden ser problemas en donde haya que aplicar Bernoulli. Fijate:

1 -TEOREMA DE TORRICCELLI

Imaginate un tanque con agua. Le hacés un agujero a una profundidad h por debajo de la superficie. El agua va a empezar a salir con cierta velocidad.



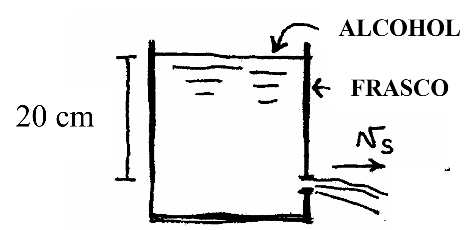
El teorema de Torriccelli te da la manera de calcular la velocidad con la que sale el agua por el agujero. La fórmula de Torriccelli es :

$$\boxed{V_s = \sqrt{2gh}}$$ ← TEOREMA DE TORRICCELLI

En esta fórmula g es la aceleración de la gravedad. V_s es la velocidad con la que sale el agua en m/s. Hache es la profundidad del agujero. Va en metros y se mide desde la superficie del agua. Atención: El agujero puede estar en las paredes o en el fondo del tanque.

Ejemplo:

UN FRASQUITO CONTIENE ALCOHOL DE DENSIDAD 0,8 g /cm^3. SE LE HACE UN AGUJERITO DE 1 mm DE RADIO EN EL COSTADO A UNA DISTANCIA DE 20 cm POR DEBAJO DE LAS SUPERFICIE DEL LIQUIDO. CALCULAR CON QUÉ VELOCIDAD SALE EL ALCOHOL POR EL AGUJERITO.



Solución: Aplico el teorema de Torriccelli. La velocidad de salida es raíz de 2 ge hache. Entonces:

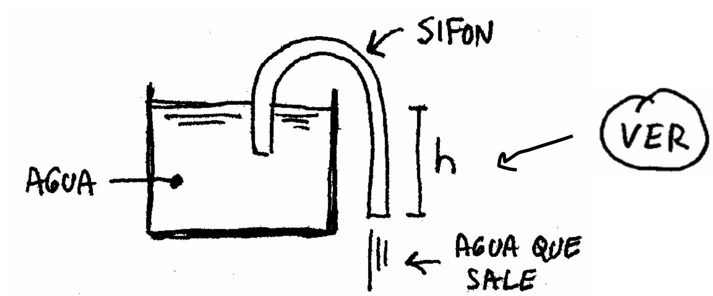
$$V_s = \sqrt{2gh} \Rightarrow Vs = \sqrt{2 . 10\ m/s^2\ .\ 0,2\ m}$$

$$\rightarrow \boxed{Vs = 2\ m/s} \Leftarrow \text{VELOCIDAD DE SALIDA}$$

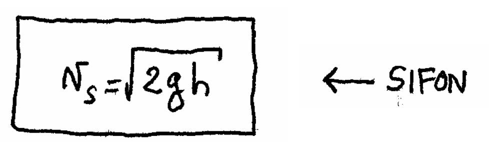
NOTA: La velocidad con que la que sale el agua no depende de la densidad del líquido ni del tamaño del agujerito. Por ejemplo, V_{SALIDA} es la misma si pongo agua o pongo mercurio.

2 - SIFON

Para la física, un sifón es un cañito que se usa para pasar líquidos de un lado a otro . Vendría a ser una cosa así:



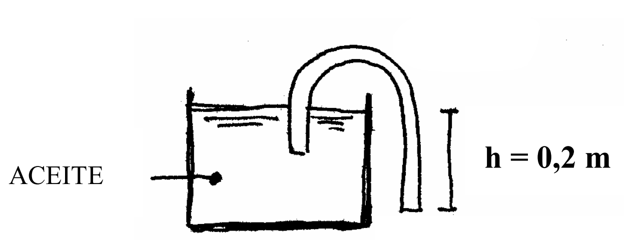
Lo que uno puede calcular aplicando Bernoulli es la velocidad con que va a salir el agua. Al igual que pasa en el teorema de Torriccelli, acá también la velocidad de salida es raíz de 2 ge hache:



Atención: Acá **h** es la distancia que va desde la parte de abajo del tubo hasta la superficie del agua. (Ver dibujo)

EJEMPLO:

CALCULAR CON QUE VELOCIDAD SALE ACEITE DE DENSIDAD 0,8 g/cm^3 POR UN SIFON DE RADIO 1 cm .



Solución: Aplico la fórmula para el sifón. La velocidad de salida es raíz de 2 ge hache.

Entonces:

$$V_s = \sqrt{2gh}$$

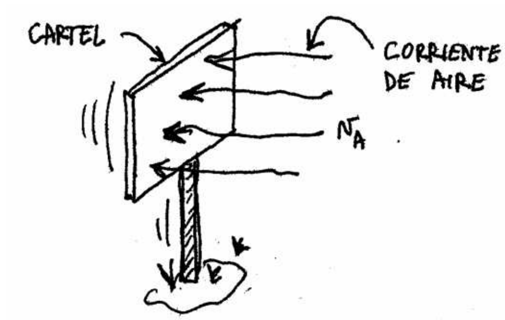
$$Vs = \sqrt{2 \,.\, 10\ m/s^2 \,.\, 0{,}2\ m}$$

$$\rightarrow \boxed{Vs = 2\ m/s} \Leftarrow$$ VELOCIDAD DE SALIDA

NOTA: Fijate que la velocidad de salida no depende de la densidad del líquido. (Ojo). Tampoco depende del diámetro del tubo, de la forma del tubo o cosas por el estilo.

3- VIENTO SOBRE UN CARTEL

Imaginate que tenés un cartel o alguna superficie plana en donde pega el viento.



El viento ejerce una fuerza al pegar sobre el cartel. Esa fuerza se puede calcular por Bernoulli suponiendo que la velocidad del viento al llegar al cartel es CERO. Queda:

$$\boxed{F = \frac{1}{2}\, \delta_{AIRE}\, V_A^2 \,.\, Sup_{cartel}} \leftarrow$$ FUERZA QUE EJERCE EL VIENTO SOBRE EL CARTEL

En esta ecuación δ_{AIRE} es la densidad del aire (= 1,3 kg/m^3). V_A es la velocidad del aire en m/seg. Sup_C es la superficie del cartel en m^2 .

EJEMPLO

CALCULAR QUE FUERZA EJERCE UN VIENTO DE 36 Km / h SOBRE UN CARTEL DE 1 m^2 DE SUPERFICIE

Solución: La fuerza del aire sobre el cartel es: $F = \frac{1}{2}\, \delta_{AIRE}\, V_A^2 \,.\, Sup_{cartel}$

$$F = \frac{1}{2} \,.\, \delta_{AIRE} \,.\, (V_{Aire})^2 \times Sup$$

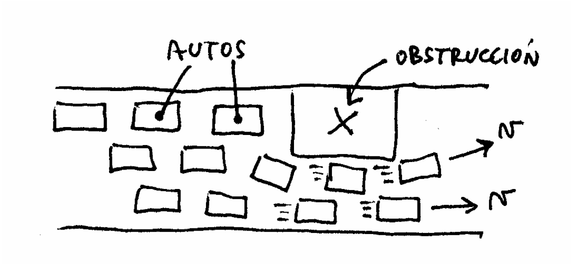
$$F = 0{,}5 \times 1{,}3\ kg/m^3 \times (10\ m/seg)^2 \times 1\ m^2$$

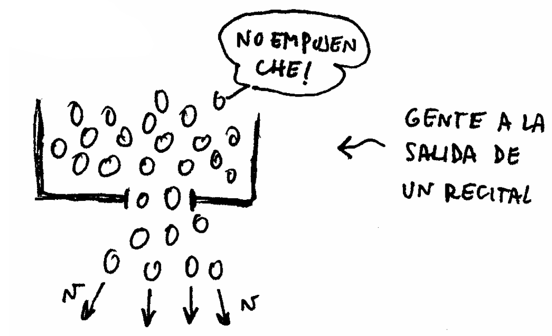
$$\boxed{F = 65\ N = 6{,}5\ Kgf} \Leftarrow$$ FUERZA QUE EJERCE EL VIENTO SOBRE EL CARTEL

---

4 – FLUIDO HUMANO

A veces se puede comparar el fluido humano o el fluido de autos con los líquidos. Si mirás una autopista desde arriba, vas a ver miles de autos circulando. Si considerás que cada auto representa una molécula de líquido, entonces se podría hablar de un una especie de " fluido de autos que circula ". Algo parecido pasa a la salida de la cancha o de un recital.



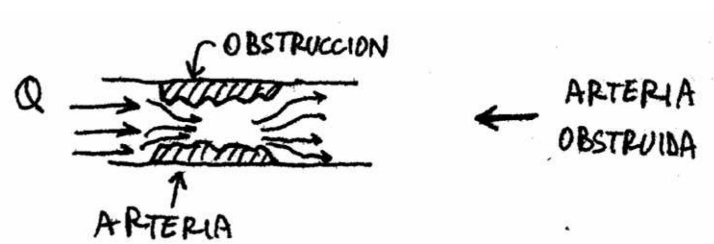


Fijate que cuando hay un auto parado en la autopista, todo el tráfico se frena y la presión entre los autos aumenta. Esto pasa ATRÁS de la obstrucción. Pero en el lugar mismo de la obstrucción, los autos van rápido y la presión es chica. Lo mismo pasa a la salida de un recital: El lugar donde más apretada está la gente **es del lado de adentro**. En la puerta donde la sección de salida es chica, la presión es baja y la velocidad del fluido humano es alta. ¿ Ves cómo es la cosa ?

Advertencia: con estas comparaciones hay que tener cuidado. Los líquidos NO son compresibles. Los autos en una autopista o el fluido humano, sí. (Las personas o los autos se pueden acercar unos a otros).

5 - ARTERIA O VENA CON UNA OBSTRUCCION ← VER

Parece que en la medicina es bastante común que las arterias o las venas se taponen con cosas tipo colesterol y demás. Concretamente la situación es esta:



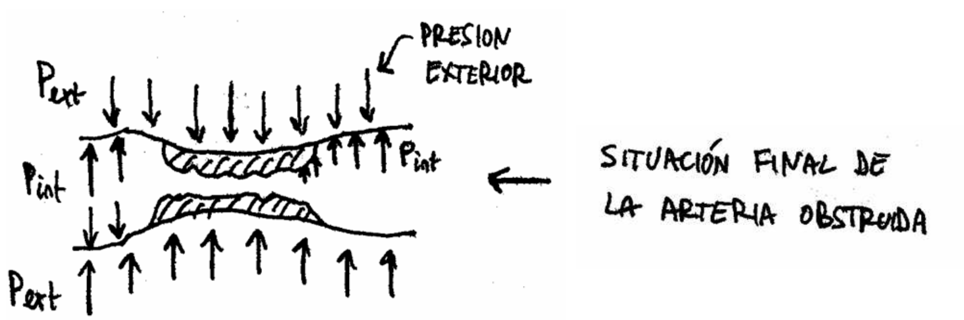
Si se le pregunta a una persona que cree que va a ocurrir con la arteria cuando se obstruye, la respuesta más común es esta: Y bueno, al chocar con la obstrucción, la sangre se va a frenar y va a empezar a presionar hacia fuera porque quiere pasar. Por lo tanto la arteria se va a dilatar y se va a formar como un globo.

Este razonamiento es muy lindo y muy intuitivo pero está **<u>MAL</u>**. Lo que pasa es **<u>justo al revés</u>**. Fijate. El caudal que manda el corazón es constante. Este caudal no se frena por ningún motivo. Para poder pasar por la obstrucción lo que hace la sangre es aumentar su velocidad. (La velocidad aumenta porque el diámetro de la arteria disminuye).
Entonces,...¿ qué es lo que pasa ?

Y bueno, razonemos con la frase salvadora de la hidrodinámica. Esta frase es:

MAYOR VELOCIDAD,
MENOR PRESION

<u>Conclusión</u>: al aumentar la velocidad dentro de la arteria, la presión adentro tiene que disminuir. Pero afuera de la arteria la presión sigue siendo la misma. Entonces la presión de afuera le gana a la presión de adentro y la arteria se comprime.



¿ Y qué pasa al comprimirse la arteria ?
<u>Rta</u>: La obstrucción se cierra más. Esto provoca un aumento de la velocidad dentro de la obstrucción, lo que a su vez obliga a la arteria a cerrarse más todavía.
De esta manera, la arteria se va cerrando más y más hasta que sobreviene el **<u>COLAPSO</u>**.
Esto significa que la arteria tiende a cerrarse del todo e impide el pasaje de sangre.

Parece que esto es lo que pasa a veces cuando una persona tiene un ataque cardíaco. Creo que también se da en el cerebro y en otros lados. Los médicos lo llaman trombosis o algo así. Esta es una de las pocas aplicaciones verdaderas – verdaderas que tiene la biofísica a la medicina. (No me digas que no está bueno !)

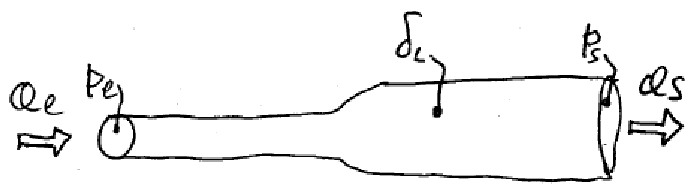
Fin Hidrodinámica

HIDRODINÁMICA

- EJERCICIOS SACADOS DE PARCIALES –

1 – UN LÍQUIDO IDEAL CUYA DENSIDAD ES 0,8 gr/cm^3 FLUYE POR UN CONDUCTO HORIZONTAL EL CUAL SE ENSANCHA DE MODO QUE EL DIÁMETRO SE DUPLICA. SI LA PRESIÓN EN LA SECCIÓN MÁS DELGADA ES DE 20 Kpa Y SU VELOCIDAD ES 4 m/s:
a) - ¿ CUÁL ES LA VELOCIDAD EN LA PARTE MÁS GRUESA ?
b) - ¿ CUÁNTO VALE LA PRESIÓN EN LA PARTE MAS GRUESA ?

Acá hay un tubo 1 que se ensancha. El fluido que circula es ideal. (= sin viscosidad). Se puede usar Bernoulli. Hagamos un dibujito :



$r_s = 2 r_e$
$P_e = 20 \text{ Kpa}$
$v_e = 4 \text{ m/s}$

Planteo continuidad. Ojo que dicen que el radio se duplica. (O sea, no la sección).

$$Q_e = Q_s \Rightarrow v_e S_e = v_s S_s \Rightarrow 4\frac{m}{s} \cdot \cancel{\pi} r_e^2 = v_s \cdot \cancel{\pi} (2 r_e)^2$$

$$\Rightarrow 4\frac{m}{s}\, \cancel{r_e^2} = v_s \cdot 4\, \cancel{r_e^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_s = 1 \text{ m/s}} \leftarrow \text{VELOCIDAD EN LA SALIDA}$$

Tengo la velocidad en la salida. Planteo Bernoulli :

$$P_e + \frac{1}{2}\delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\delta v_s^2 \Rightarrow$$

$$20 \text{ Kpa} + \frac{1}{2}\, 800 \frac{Kg}{m^3}\left(4\frac{m}{s}\right)^2 = P_s + \frac{1}{2}\, 800 \frac{Kg}{m^3} \cdot \left(1 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow 20 \text{ Kpa} + 6.400 \text{ Pa} = P_s + 400 \text{ Pa}$$

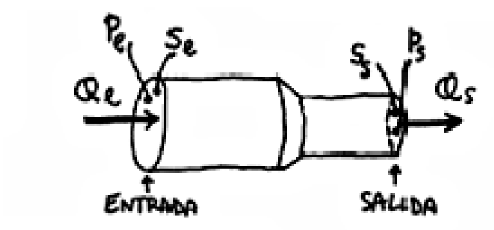
$$\Rightarrow P_s = 20 \text{ Kpa} + 6{,}4 \text{ Kpa} - 0{,}4 \text{ Kpa}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_s = 26 \text{ Kpa}} \leftarrow \text{PRESIÓN A LA SALIDA}$$

Problema 2. Por un caño horizontal circula un fluido no viscoso e incompresible de densidad 500 kg/m^3 a una velocidad de 2m/seg. La cañería se angosta disminuyendo su área a la mitad. Bajo estas condiciones la diferencia de presión entre los extremos del caño es:

☐ 9 kPa ☐ 10 kPa ☐ 12 kPa
☐ 3 kPa ☐ 6 kPa ☐ 0 kPa

Hay un líquido que va por un tubo. La sección se angosta y pasa a la mitad. Piden calcular el ΔP entre la entrada y la salida. Sería una cosa así :



Dicen que la velocidad a la entrada es 2 m/seg. Calculo la velocidad a la salida :

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \Rightarrow v_1 \cancel{S_1} = v_2 \frac{\cancel{S_1}}{2} \Rightarrow \underline{v_2 = 2 v_1}$$

$$\Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

Para calcular el delta P planteo Bernoulli :

$$P_e + \frac{1}{2}\delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\delta v_s^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_e - P_s = \frac{1}{2}\delta \left(4\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\delta \left(2\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow P_e - P_s = \frac{1}{2}\delta \left(16\frac{m^2}{s^2} - 4\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$\longrightarrow \quad P_E - P_S = \tfrac{1}{2}\ 500\ kg/m^3 \times 12\ m^2/seg^2$$

$$\longrightarrow \quad P_E - P_S = 3.000\ Pa = \boxed{3\ KPa} \Leftarrow$$

DIFERENCIA DE PRESIÓN ENTRE LA ENTRADA Y LA SALIDA

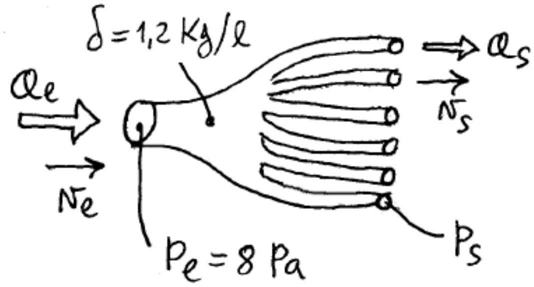
---

3. Un líquido de densidad 1,2 kg/lt y viscosidad insignificante fluye a 30 cm/s por un tubo horizontal de 2 cm de radio, siendo su presión de 8 Pa. Luego se ramifica en varios tubos horizontales iguales de 1cm de radio cada uno, en los que el líquido viaja a 10 cm/s.

a) ¿En cuántos tubos se ramifica?
b) ¿Cuál es la presión en cada conducto luego de la ramificación?

SOLUCIÓN: Me dicen que tengo un líquido sin viscosidad que va por un tubo que se divide en muchos tubitos.

O sea, tengo esto :



$$v_e = 30 \frac{cm}{seg}$$

$$v_s = 10 \frac{cm}{seg}$$

$$r_e = 2\ cm\ ,\ r_s = 1\ cm$$

El caudal que entra por el tubo grande tiene que ser el mismo caudal que sale por los tubos chicos.

O sea: $Q_{entra} = Q_{sale}$

$$v_e \cdot S_e = v_{s_1} S_{s_1} + v_{s_2} S_{s_2} + \dots + v_{s_N} \cdot S_{s_N}$$

Si supongo que hay N tubos :

$$\Rightarrow v_e \cdot S_e = N\ v_s \cdot S_s$$

$$30 \frac{\cancel{cm}}{\cancel{seg}} \cdot \cancel{\pi} (2\,cm)^2 = N \cdot 10 \frac{\cancel{cm}}{\cancel{seg}} (1\,cm)^2 \cancel{\pi}$$

$$\Rightarrow 120\ \cancel{cm^2} = N \cdot 10\ \cancel{cm^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 12 \text{ Tubos}} \leftarrow \text{CANTIDAD DE TUBOS}$$

b) – Calculo la presión en cada uno de los 12 tubos. Lo que hago es plantear la ecuación de Bernoulli para tubos horizontales. El planteo es entre la entrada y la salida de uno solo de los 12 tubos:

$$P_e + \frac{1}{2} \delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2} \delta v_s^2$$

$$\Rightarrow 8\,Pa + \frac{1}{2}\, 1200 \frac{Kg}{m^3} \left(0{,}3 \frac{m}{s}\right)^2 = P_s + \frac{1}{2}\, 1.200 \frac{Kg}{m^3} \left(0{,}1 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$\Rightarrow 8\,Pa + 54\,Pa = P_s + 6\,Pa$$

$$\Rightarrow \boxed{P_s = 56\,Pa} \leftarrow \text{PRESIÓN EN LA SALIDA}$$

Esta es la presión a la salida de cada uno de los 12 tubos.
Nota: dividir este valor de 56 pascales por 12 está **MAL**.

4. Un vaso sanguíneo horizontal presenta, en un pequeño tramo, un ensanchamiento que aumenta el área de su sección transversal en un 50%. Sin considerar los efectos viscosos, en ese ensanchamiento, comparado con la parte sin ensanchar, hay:

- ☐ igual presión y mayor velocidad
- ☐ menor presión y mayor velocidad
- ☐ mayor presión y mayor velocidad
- ☐ mayor presión y menor velocidad
- ☐ menor presión y menor velocidad
- ☐ mayor presión e igual velocidad

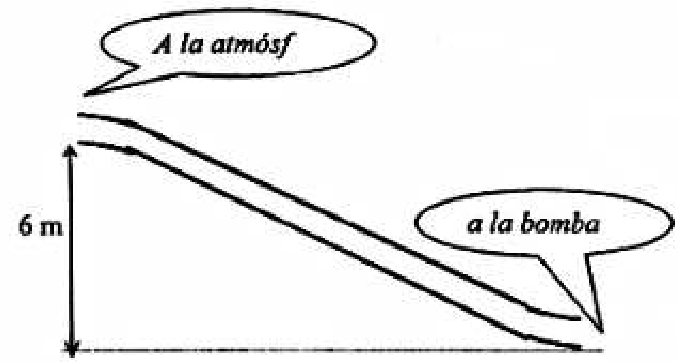
Me dicen que tengo un caño horizontal por el que está circulando un líquido. El caño se ensancha en cierto momento. Lo dibujo :

Correcta: mayor presión y menor velocidad

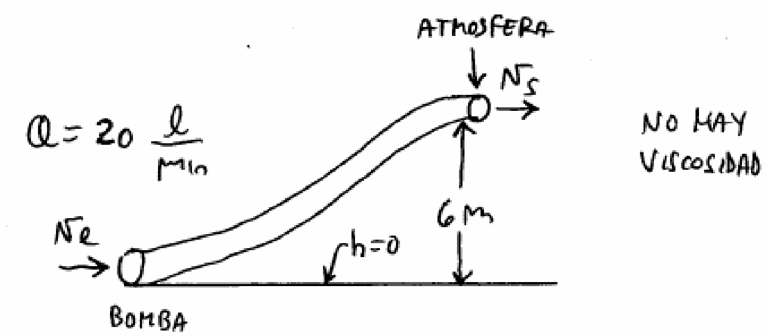
Usando la frase salvadora " a mayor sección, menor velocidad " deduzco que en el ensanchamiento la velocidad será menor. Usando la frase salvadora " a mayor sección , mayor presión " deduzco que en el ensanchamiento la presión tendrá que ser mayor.

P5) Por un caño cilíndrico de sección constante que se eleva hasta una altura de 6 m, circulan en sentido ascendente y en régimen laminar estacionario 20 litros de agua por minuto. El extremo superior del caño está en contacto con el aire atmosférico y el inferior está conectado a una bomba. Entonces, si se pudiera despreciar la viscosidad del agua y las demás pérdidas por rozamiento, la potencia que debería proveer la bomba sería:

- ☐ 20 W
- ☐ 1 W
- ☐ 1200 W
- ☐ 20 kW
- ☐ 40 W
- ☐ faltan datos



Un tubo inclinado. Sonamos. Bueno, hagamos un dibujito del asunto y escribamos la ecuación de Bernoulli para tubos inclinados :



Planteo Bernoulli

$$P_e + \frac{1}{2}\cancel{\delta}\, \cancel{v_e^2} + 0 = P_s + \frac{1}{2}\cancel{\delta}\, \cancel{v_s^2} + \delta g . 6m$$

Ahora, acá fijate un truco. Dicen que la sección del tubo es constante. Quiere decir que el área a la salida es el mismo que a la entrada. Quiere decir que $V_{ENTRADA} = V_{SALIDA}$
Por eso puedo simplificar los 2 términos que tienen la velocidad. Me queda :

$$\Rightarrow P_e - P_s = \delta g\, 6m$$

$$\Rightarrow \Delta P = 1.000 \frac{Kg}{m^3}\ 10 \frac{m}{s^2} . 6m$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta P = 60.000 \text{ Pa}} \leftarrow \text{DIFERENCIA DE PRESIÓN}$$

Ahora puedo calcular la potencia como Pot = $\Delta P \times Q$. Entonces

$$Pot = \Delta P . Q \Rightarrow Pot = 6.000 \text{ Pa} \times 20 \frac{l}{min} \Rightarrow$$

$$Pot = 60.000 \frac{N}{\cancel{m^2}} \times \frac{20/1.000\ m^{\cancel{3}}}{60 seg}$$

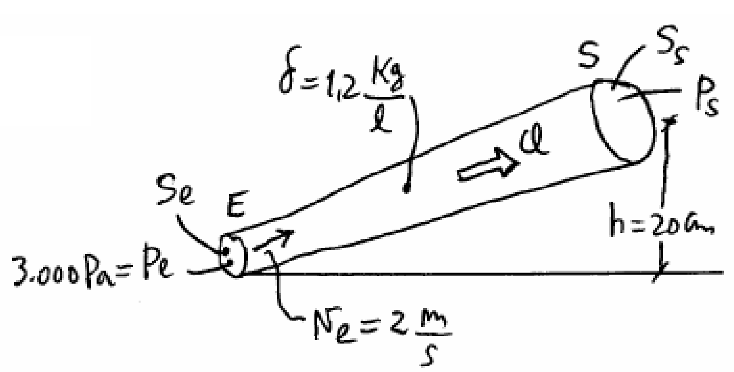
$\rightarrow$ $\boxed{\text{Pot = 20 Watts}}$ Correcta la 1ra

---

P6) Por un tubo inclinado y cuya sección de entrada es la mitad que la de salida circula un líquido ideal de densidad 1,2 kg/lt en régimen laminar y estacionario. El líquido ingresa a 2 m/s y con una presión de 3.000 Pa. La presión del líquido a la salida (que se encuentra 20 cm más arriba), será:

☐ 1.000Pa ☐ 2.000Pa ☐ 2.400 Pa ☐ 3.000Pa ☐ 1.500 Pa ☐ 4.800Pa

Me dan un tubo inclinado por donde sube el agua. La sección de salida es el doble de la de entrada. La altura final es 20 cm. Hago un dibujo :



← DIBUJO DEL LIQUIDO QUE SUBE POR EL TUBO

La densidad del líquido que circula es $\delta = 1{,}2\,\frac{Kg}{\ell} = 1200\,\frac{Kg}{m^3}$

Me dan la velocidad a la entrada. Calculo la velocidad a la salida planteando continuidad

$$Q_s = Q_e \Rightarrow v_s\, S_s = v_e\, S_e \Rightarrow$$

$$v_s \cdot 2\,\cancel{S_e} = 2\,\frac{m}{s}\,\cancel{S_e}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_s = 1\,\frac{m}{s}} \leftarrow \text{VELOCIDAD CON LA QUE SALE EL LÍQUIDO}$$

Teniendo la velocidad en la salida puedo plantear la ecuación de Bernoulli :

$$P_e + \frac{1}{2}\delta\, v_e^2 + 0 = P_s + \frac{1}{2}\delta\, v_s^2 + \delta\, g\, h_s$$

Ahora es cuestión de ir reemplazando en esta ecuación por los valores :

$$3000\,Pa + \frac{1}{2}\,1200\,\frac{Kg}{m^3}\left(2\,\frac{m}{s}\right)^2 = P_s + \frac{1}{2}\,1200\,\frac{Kg}{m^3}\left(1\,\frac{m}{s}\right)^2 + 1200\,\frac{Kg}{m^3}\,10\,\frac{m}{s}\cdot 0{,}2\,m$$

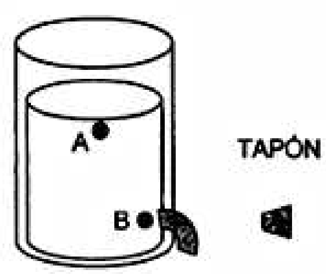
$$3000\,Pa + \cancel{2400}\,Pa = P_s + 600\,Pa + \cancel{2400}\,Pa \Rightarrow$$

(correcta la 3ra) $\Rightarrow \boxed{P_s = 2.400\,Pa} \leftarrow$ PRESION A LA SALIDA

---

7 – Un tanque abierto a la atmósfera por arriba contiene un líquido en reposo que fluye por un agujero que está cerca de su base. Cuando se detiene el flujo poniendo un tapón, con relación a sus valores anteriores:

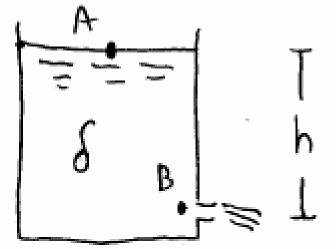
- ☐ la presión en A disminuye y la de B no cambia
- ☐ la presión en A aumenta y la de B disminuye
- ☐ la presión en A no cambia y la de B aumenta
- ☐ la presión en A no cambia y la de B disminuye
- ☐ la presión en A disminuye y la de B también
- ☐ la presión en A no cambia y la de B tampoco



El enunciado no se entiende bien. Fijate que la presión sobre la superficie del agua es la de la atmósfera. Esto es así porque el enunciado aclara que el tanque está abierto. Esta presión no cambia, haya o no tapón. (Me refiero al punto A que está arriba).

Hagamos un dibujito :

TANQUE



$P_A = P_{atm}$

(No cambia haya o no tapón)

Vamos al punto B que está abajo

con el tapón puesto la presión en B vale $\underline{\delta g h} + \underline{P_A}$

O sea, con el tapón puesto la presión en B es directamente la presión hidrostática debido a la altura de la columna de agua. Veamos qué pasa cuando saco el tapón.

Planteo Bernoulli entre A y B:

$$P_A + \frac{1}{2}\delta \underbrace{\cancel{v_A^2}}_{0\ (v_A \simeq 0)} + \delta g h_A = P_B + \frac{1}{2}\delta v_B^2$$

Hay que suponer que la superficie del tanque es muy grande. Entonces la velocidad del agua en A va a ser muy chica (Despreciable). Por eso pongo que $V_A = 0$. La presión en B me queda :

$$\Rightarrow P_B = P_A - \frac{1}{2}\delta v_B^2 + \delta g h$$

Fijate que el sin el tapón la presión en B tiene restando el término $\frac{1}{2}\, \partial\, v^2$.

Conclusión:

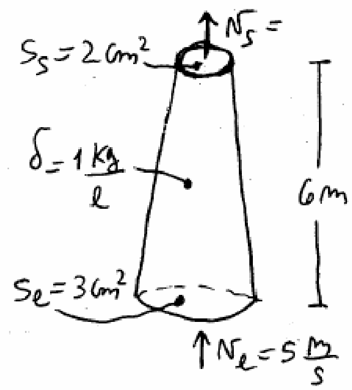
$$\Rightarrow \boxed{P_{B_{SIN}} < P_{B_{CON}}}$$ (Correcta la 3ra)

Problema 8. Un fluido de viscosidad despreciable y densidad 1 kg/l, viaja a una velocidad de 5 m/s por el tramo inicial de un caño de 3 cm² de sección transversal. El caño asciende gradualmente 6 m mientras que su sección transversal alcanza, en su tramo más alto, los 2 cm².

a) ¿Cuál es la velocidad del fluido en el tramo más alto del caño?

b) Si la presión en el tramo inicial es 150 kPa. ¿Cuál es la presión en el interior del caño en el tramo más alto?

Me dicen que tengo un caño vertical por el que está subiendo un líquido. El caño se va haciendo más angosto. Lo dibujo :



a) Para calcular la velocidad con la que sale el líquido planteo continuidad: Caudal que entra = Caudal que sale:

$$Q_e = Q_s \Rightarrow v_e S_e = v_s . S_s \Rightarrow$$

$$v_e S_e = v_s . S_s \Rightarrow$$

$$5\ \frac{m}{s} . 3\ \cancel{cm^2} = v_s . 2\ \cancel{cm^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_s = 7{,}5\ \frac{m}{s}}$$

⇦ VELOCIDAD CON LA QUE SALE EL LIQUIDO

b) Me piden la presión que tiene el caño en la salida (Parte de arriba). Como el líquido no tiene viscosidad, puedo plantear la ecuación de Bernoulli. Atención, el tubo es **<u>VERTICAL</u>**, hay que plantear la ecuación de Bernoulli para tubos verticales. Entonces :

$$P_e + \frac{1}{2}\delta\, v_e^2 + \cancel{\delta g h_e}^{\,0} = P_s + \frac{1}{2}\delta\, v_s^2 + \delta g h_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_s = \frac{1}{2}\delta\left(v_e^2 - v_s^2\right) + P_e - \delta g h_s$$

Reemplazo por los datos. Hay que tener un poco de cuidado con las cuentas :

$$P_s = \frac{1}{2} . 1000\ \frac{Kg}{m^3}\left[\left(5\ \frac{m}{s}\right)^2 - \left(7{,}5\ \frac{m}{s}\right)^2\right] + 150\ Kpa - 1000\ \frac{Kg}{m^3} . 10\ \frac{m}{s^2} . 6\ m$$

$$\Rightarrow P_s = 500\ \frac{Kg}{m^3}\left(25\ \frac{m^2}{s^2} - 56{,}25\ \frac{m^2}{s^2}\right) + 150\ Kpa - 60\ Kpa$$

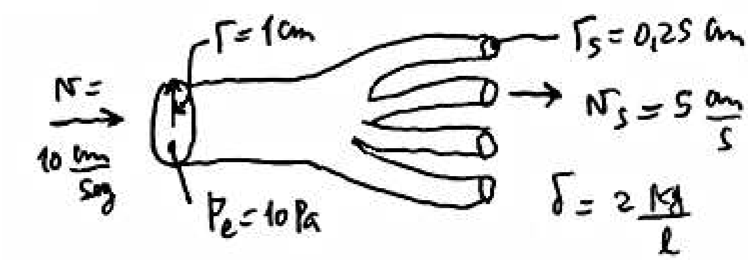
$$\boxed{\mathbf{P_S = 74{,}375\ KPa}}$$

⇦ PRESION EN LA PARTE DE ARRIBA (SALIDA)

9 – UN FLUIDO NO VISCOSO VIAJA A 10 cm/s POR UN TUBO HORIZONTAL DE 1 cm DE RADIO, CUYA PRESIÓN INTERIOR ES DE 10 Pa. LUEGO EL TUBO SE RAMIFICA EN VARIOS TUBOS HORIZONTALES DE 0,25 cm DE RADIO Y EN ELLOS LA VELOCIDAD SE REDUCE A 5 cm/s. LA DENSIDAD DEL LÍQUIDO ES DE 2 Kg /LITRO.

a) – EN CUÁNTOS TUBOS SE RAMIFICÓ ?
b) - ¿ CUÁL ES LA PRESIÓN EN CADA CONDUCTO LUEGO DE LA RAMIFICACIÓN ?

Hagamos un dibujito. Tengo un tubo que se ramifica en varios tubos, No sé la cantidad de tubos. Sería algo así :



La ecuación de continuidad se cumple. Todo lo que entra por el tubo grande tiene que ser todo lo que sale por los tubos chicos. Supongo que hay n tubos chicos. Todos los tubos chicos tienen el mismo diámetro. Quiere decir que el caudal que sale por cada uno de esos tubos es el mismo. Ese caudal vale Velocidad de salida x Sección de salida. Como hay n tubos de salida: :

$$Q_e = Q_s \Rightarrow \quad v_e S_e = n \cdot v_s S_s \Rightarrow$$

$$10 \frac{cm}{seg} \cdot \cancel{\pi} (1 cm)^2 = n \cdot 5 \frac{cm}{s} (0{,}25 cm)^2 \cancel{\pi}$$

$$\boxed{n = 32 \text{ tubos}}$$

b) Me piden la presión en cada uno de los tubitos chicos de salida. Entonces voy a plantear Bernoulli entre el tubo grande de la entrada y uno cualquiera de los tubitos de salida :

$$P_e + \frac{1}{2} \delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2} \delta v_s^2 \Rightarrow$$

Con un poco de cuidado reemplazo por los datos:

$$10 \text{ Pa} + \frac{1}{2} 2000 \frac{Kg}{m^3} \left(10 \frac{cm}{s}\right)^2 = P_s + \frac{1}{2} 2000 \frac{Kg}{m^3} \left(5 \frac{cm}{s}\right)^2$$

$$10 \text{ Pa} + 1000 \cdot \frac{Kg}{m^3} \times 0{,}01 \frac{m^2}{s^2} = P_s + 1000 \frac{Kg}{m^3} \times 0{,}0025 \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow 10\ Pa + 10\ Pa = P_S + 2{,}5\ Pa \Rightarrow$$

$$\boxed{P_S = 17{,}5\ Pa}$$

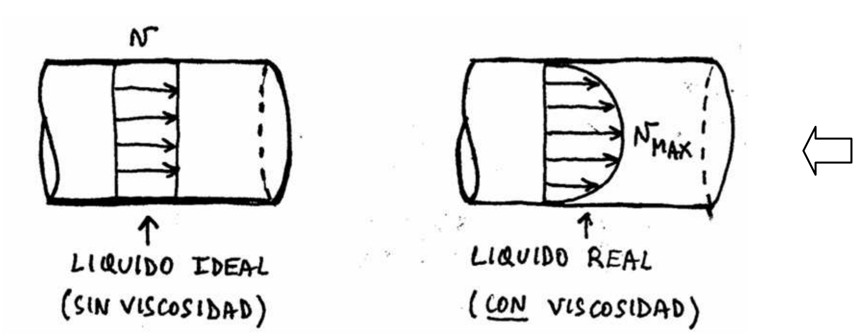
FIN EJEMPLOS DE PROBLEMAS SACADOS DE PARCIALES DE HIDRODINÁMICA

VISCOSIDAD

La viscosidad es el rozamiento que tienen los líquidos. Cuando un líquido va por un caño, tiende a frenarse. Eso es porque el líquido toca contra las paredes del tubo. El líquido se pega al tubo y se frena. La viscosidad vendría a ser algo así como el " grado de pegajosidad " que tiene un líquido. Cuando pensás en un líquido con viscosidad tenés que imaginarte que hablamos de miel, glicerina, aceite, dulce de leche, caramelo derretido, shampoo o algo por el estilo.
La miel tiene viscosidad. Fijate que es como pegajosa. Le cuesta fluir. La miel se pega en todos lados. Si volcás un vaso con agua, el agua se desparrama inmediatamente. Si das vuelta un tarro con miel, la miel no se cae enseguida.

Si vos querés saber a ojo que viscosidad tiene un líquido, tenés que ponértelo en la mano. Si se escapa rápido entre los dedos, tiene poca viscosidad (agua). Si se escapa despacio tiene mucha viscosidad. (Miel, shampoo, etc)
Cuando tiro agua a la pared, la pared queda mojada. Si el agua no tuviera viscosidad, la pared quedaría seca. El agua no se pegaría. La adherencia de un líquido al recipiente depende de la viscosidad. Por ejemplo, el mercurio tiene poca viscosidad. Si tirás mercurio contra la pared, la pared no queda "mojada". Si metés la mano en mercurio, la mano no sale chorreando mercurio. Sale limpita.

Fijate lo que pasa cuando un líquido sin viscosidad avanza por un tubo. A los líquidos sin viscosidad se los llama fluidos ideales. Comparemos la circulación de un líquido ideal con la de un líquido real (Líquido real = viscoso = con rozamiento). Mirá el dibujito:



VELOCIDAD DE UN LIQUIDO EN UN CAÑO CUANDO EL LIQUIDO TIENE VISCOSIDAD Y CUANDO EL LIQUIDO NO TIENE VISCOSIDAD

El dibujo muestra como es la velocidad del líquido dentro del tubo. El líquido ideal (= sin rozamiento) viaja por el caño lo más tranquilo. No se frena. Tiene la misma velocidad en cualquier parte del tubo. El líquido con viscosidad se pega a las paredes y se frena. En el medio del caño va más rápido y cerca de las paredes va más despacio. Algo parecido pasa en los ríos. Cerca de la costa el agua está casi quieta. En el medio, el río se mueve rápido.

Voy a definirte el <u>COEFICIENTE DE VISCOSIDAD</u> . Se lo llama "eta" (η). Este coeficiente da una idea de que tanto rozamiento tiene el fluido.

$$\text{ETA} \rightarrow \eta \leftarrow \begin{array}{l}\text{COEFICIENTE}\\ \text{DE VISCOSIDAD}\end{array}$$

Las unidades de la viscosidad son Pascal × segundo. Se usan también el poise y el centipoise (cp).

$$[\eta] = Pa \times Seg$$

$$1 \text{ poise} = 0{,}1\ \frac{N}{m^2} . Seg \quad (= 0{,}1\ Pa . seg)$$

Eta me daría algo así como la resistencia que opone un líquido a fluir. Vendría a ser una medida de cuánto se frena el líquido cuando circula por un caño. Cuanto más grande sea Eta, mayor será el rozamiento con las paredes. O sea, este coeficiente es un número que da una idea de la tendencia que tiene el líquido a pegarse a las paredes de un caño.

Una cosa que tenés que saber es que la viscosidad de los líquidos depende <u>mucho</u> de la temperatura. A mayor temperatura, el líquido es más fluido, la viscosidad disminuye. Poné miel en la heladera. Se pone media dura y le cuesta moverse. La calentás y está más líquida. A medida que la calentás, la miel se hace menos viscosa.

Pregunta: ¿ La sangre tiene viscosidad ?
<u>Rta</u>: Sí, tiene. Pero es bastante chica. La viscosidad de la sangre es un poco mayor que la del agua. Lo mismo pasa con la viscosidad del plasma sanguíneo.

Una aclaración: A veces uno dice: esta sopa es densa. O: esta sopa está espesa. Ojo. Viscosidad **<u>NO ES</u>** densidad. Si la sopa está muy espesa o está muy densa, quiere decir que tiene mucha masa por cm^2. Un líquido puede ser muy denso pero poco viscoso.
Esto pasa con el mercurio, por ejemplo.

Otra aclaración: Si bien la unidad de viscosidad es el Poise, no uses esta unidad para resolver los problemas. Usá Pa×Seg. (1 Poise = 0,1 Pa × Seg)

BERNOULLI **NO** SE PUEDE USAR PARA LIQUIDOS CON VISCOSIDAD

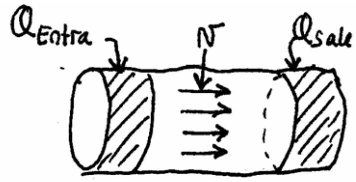
Cuando un líquido tiene viscosidad, tiene rozamiento. La ecuación de Bernoulli es la ecuación de conservación de energía para el líquido que circula por el caño. Pero cuando hay rozamiento, la energía no se conserva. ¿ Conclusión ? Cuando un líquido tiene viscosidad, **no se puede usar la ecuación de Bernoulli**.

$$\cancel{P_e + \frac{1}{2}\delta_{Liq}\, v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\delta_{Liq}\, v_s^2} \quad \Leftarrow$$

BERNUOLLI **NO** SE PUEDE USAR CUANDO EL LIQUIDO TIENE VISCOSIDAD

CONTINUIDAD SIGUE VALIENDO CON VISCOSIDAD

La ecuación de continuidad decía que todo lo que entraba por un lado del caño, salía por el otro. A veces la gente piensa que eso no se cumple cuando el líquido tiene rozamiento. Pero no. La ecuación de continuidad sigue valiendo cuando el líquido tiene viscosidad.
¿ Por qué sigue valiendo ?



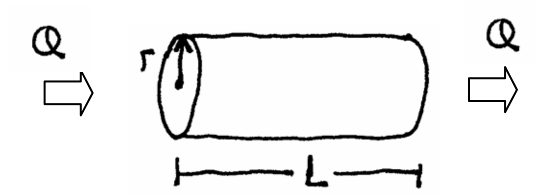
Rta: Sigue valiendo porque la ecuación de continuidad dice que toda la masa que entra es la masa que sale. Eso es equivalente a decir que la masa se conserva. No se puede perder masa. Tenga el líquido viscosidad o no, la ecuación de continuidad se puede plantear. Continuidad no puede usarse únicamente en caso de que el fluido que circula pudiera comprimirse. O sea, un gas. Pero no te van a dar problemas en donde el fluido sea un gas.

$$Q_e = Q_s \Rightarrow v_e\, S_e = v_s\, S_s \quad \Leftarrow$$

CONTINUIDAD SE PUEDE USAR CUANDO EL LIQUIDO TIENE VISCOSIDAD

RESISTENCIA HIDRODINÁMICA (Importante)

Supongamos que tenés un tubo por donde circula un líquido. Te dicen que el líquido es viscoso y tiene coeficiente Eta. Al líquido le cuesta avanzar por el caño. Hay que empujarlo para que se mueva. El líquido quiere avanzar y el caño lo frena. Entonces inventamos una cosa que se llama RESISTENCIA HIDRODINAMICA. A esta magnitud se la indica con la letra R o R_H. Esta resistencia hidrodinámica me da una idea de "cuánto le cuesta al fluido moverse dentro del tubo ". Imaginate un caño de radio r y longitud L. Por el caño circula un líquido que tiene viscosidad η:



La fórmula que se usa para calcular la resistencia hidrodinámica es:

$$\boxed{R_H = \frac{8\,\eta\,L}{\pi\,r^4}}$$

RESISTENCIA HIDRODINAMICA

En esta fórmula Eta es el coeficiente de viscosidad (Pa $\times$ Seg). L es la longitud del tubo (m). Erre a la^4 es el radio del tubo en metros elevado a la 4ta. (m^4). Las unidades de esta resistencia hidrodinámica quedan medio raras :

$$[R_H] = \frac{Pa\,.\,seg}{m^3}$$

UNIDADES DE LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA

Fijate una cosa (atento): la resistencia hidrodinámica cambia si cambian las medidas del tubo. (Me refiero a la longitud **<u>L</u>** o al radio **<u>r</u>**) . Pero ojo, porque aunque el caño sea <u>siempre el mismo</u>, la Resistencia hidrodinámica cambia de acuerdo con el líquido que vos pongas. Esto pasa porque R_H depende de las medidas del tubo pero **<u>también depende del coeficiente de viscosidad eta</u>**. Y cada líquido tiene su propio Eta .

<u>IMPORTANTE</u>: Abajo en la fórmula figura el valor π. R^4 . Pero resulta que $\pi \times R^2$ es la superficie del tubo. Entonces agarro la fórmula y multiplico arriba y abajo por PI.
Me queda:

$$R_H = \frac{\pi}{\pi} \times \frac{8.\,\eta.\,L}{\pi.r^4}$$

$$R_H = \frac{8.\,\pi\,.\,\eta.\,L}{\pi.r^2 \times \pi\,.r^2}$$

Es decir:

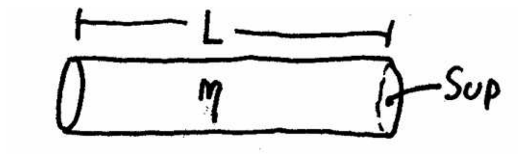
$$\boxed{R_H = \frac{8\,\pi\,\eta\,L}{(SUP)^2}}$$

OTRA FORMULA PARA CALCULAR LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA

En esta fórmula " sup^2 " es la superficie del tubo al cuadrado.

EJEMPLO: **CALCULAR LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA DE UN TUBO DE RADIO 1 cm Y LONGITUD 1 m.**

Rta: Hagamos un dibujito y pensemos lo siguiente :



Tubo de
R = 0,01 m
L = 1 m

La Resistencia hidrodinámica no es solo una propiedad del tubo. Es una propiedad del tubo Y DEL LÍQUIDO QUE POR ÉL CIRCULA. Quiere decir que así como está, el problema no se puede resolver. No lo puedo hacer porque no me dan la viscosidad del líquido. Para solucionar el asunto supongamos que el tubo es una arteria y que el líquido que circula es sangre. La viscosidad de la sangre a 37 grados centígrados es 2×10^{-3} Pa × seg. Entonces:

$$R_H = \frac{8\,\eta\,L}{\pi\,r^4}$$

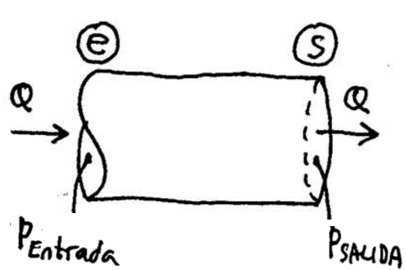
Reemplazo por los valores y me queda:

$$R_H = \frac{8 \text{ x } 0{,}002 \text{ Pa x seg x } 1\text{ m}}{\pi \text{ x } (1/100\text{ m})^4}$$

➔ $R_H = 509.295\ \text{Pa} \times \text{seg}/\text{m}^3$

LEY DE POISEUILLE ← ESTO

Esta fórmula relaciona el caudal Q que circula con las presiones a la entrada y a la salida del tubo. Se la llama **Ley de Poiseouille**. (Dicen que este nombre se pronuncia " poisell " o " Puasell "). Imaginate un tubo por donde viaja un líquido con rozamiento. (Viscoso).



CAUDAL QUE CIRCULA

Cuando el líquido tiene viscosidad, **la presión a la entrada no va a ser igual a la presión a la salida**. (Atento). Va a haber un cierto delta P entre los puntos e y s.

La presión en **e** tiene que ser mayor que la presión en **s**. Esto tiene que ser así para que la presión a la entrada empuje el líquido con rozamiento y lo obligue a circular. La Ley de Poiseouille dice:

$$\boxed{P_e - P_s = Q\ R_H} \quad \leftarrow \text{ECUACION DE POISEOUILLE}$$

Presión a la entrada (Pascales)

Presión a la salida (Pascales)

Caudal que circula. (m^3/seg)

RESISTENCIA HIDRODINÁMICA (Pa x Seg/m^3)

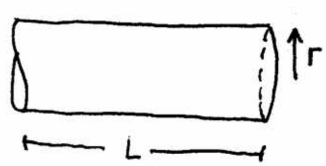
A veces la fórmula se escribe en función de la diferencia de presión entre la entrada y la salida. En ese caso la ecuación de Poiseouille queda así:

$$\boxed{\Delta P = Q \cdot R_H} \quad \text{con} \quad \Delta P = P_e - P_s$$

EJEMPLO:

CALCULAR EL CAUDAL QUE CIRCULA POR UN TUBO QUE TIENE RESISTENCIA HIDRODINAMICA = 100 Pa x Seg/m^3 SI LA PRESIÓN A LA ENTRADA ES DE 100 Pa Y LA PRESIÓN A LA SALIDA ES 20 Pa.

Solución: Hago un dibujito y aplico la fórmula de Poiseuille :



$$\Delta P = R_H \cdot Q \Rightarrow Q = \frac{\Delta P}{R_H}$$

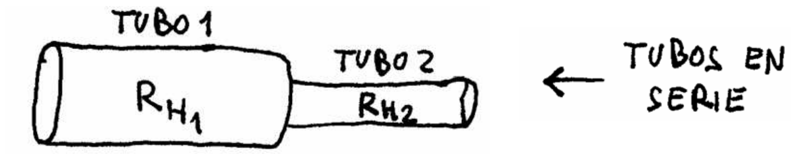
$$\Rightarrow Q = \frac{100\ Pa - 20\ Pa}{100\ Pa.seg/m^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = 0{,}8\ \frac{m^3}{seg}} \quad \leftarrow \text{CAUDAL QUE CIRCULA}$$

RESISTENCIAS HIDRODINAMICAS EN SERIE Y EN PARALELO (LEER)

RESISTENCIAS EN SERIE

Suponete que tengo dos tubos uno a continuación del otro. A esto se lo llama conexión " en serie ". Los tubos pueden tener distinto largo y distinto diámetro. Dentro de los caños hay un fluido que tiene viscosidad. Supongamos que el tubo 1 tiene una resistencia R_1 y el tubo 2 tiene una resistencia R_2.



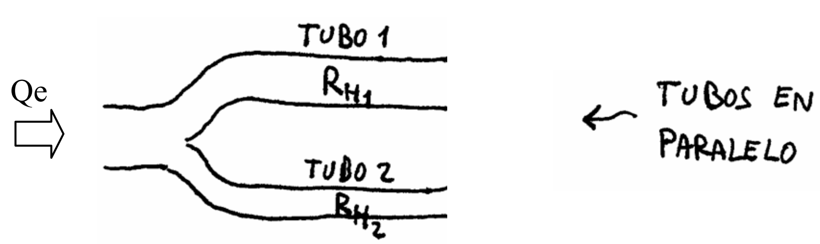
La pregunta es : ¿Qué resistencia tienen los dos tubos juntos ? Quiero reemplazar a los dos caños por uno solo que tenga una resistencia hidrodinámica equivalente. La idea es buscar un solo caño que tenga la misma resistencia que los 2 caños puestos en serie. A la R_{EQ} se la llama resistencia equivalente o resistencia total. (R_{EQ} o R_T).

Para dos tubos en serie, la resistencia equivalente es la suma de las resistencias. Este mismo razonamiento se aplica para cualquier cantidad de tubos conectados en serie (se suman las R). Es decir:

$$\boxed{R_T = R_1 + R_2}$$ ← RESISTENCIAS EN SERIE

RESISTENCIAS EN PARALELO

Vamos ahora a tubos en Paralelo. Fijate. Tengo una conexión en paralelo cuando pongo los tubos uno al lado del otro. Para que los tubos estén en paralelo tiene que haber una ramificación. Sería algo así:



En el caso de tubos en paralelo la resistencia total se calcula sumando las inversas:

$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \longleftarrow$$

RESISTENCIAS EN PARALELO

¿ Qué pasa si en vez de tener 2 tubos en paralelo tengo tres tristes tubos en paralelo ?
Rta: bueno, si los tres tristes tubos tienen resistencias R_1, R_2 y R_3 me quedaría :

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Y lo mismo va para muchos tubos conectados en paralelo. (1 sobre la R total es la suma de las inversas de todas las resistencias).

Quiero que veas una fórmula que se usa bastante. Si a vos te dan 2 resistencias en paralelo y despejás de la fórmula, te queda esto:

$$\boxed{R_T = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}} \longleftarrow$$

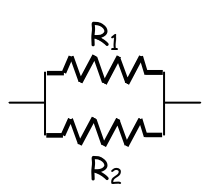
FORMULA PARA 2 RESISTENCIAS EN PARALELO.

Esta fórmula se usa bastante porque ya tiene la R_{TOTAL} despejada. Ojo, esta expresión es para **DOS** resistencias. Si tenés 3, no sirve. (Para 3 resistencias NO se puede hacer $R_1 \times R_2 \times R_3 \;/\; R_1 + R_2 + R_3$).

NOTA: Para dibujar las resistencias de los tubos en serie o en paralelo se suelen usar estos dibujitos que pongo acá. Conviene recordarlos porque los mismos dibujitos se usan después en electricidad.

Resistencias en serie:

$$R_{TOT} = R_1 + R_2$$



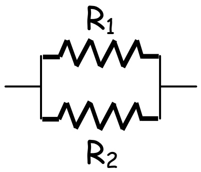
Resist. en paralelo

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

EJEMPLO:

CALCULAR LA RESISTENCIA HIDRODINAMICA PARA DOS TUBOS CONECTADOS EN PARALELO CUYAS RESISTENCIAS HIDRODINAMICAS SON $R_1 = 10\ Pa_x Seg/m^3$ Y $R_2 = 5\ Pa_x Seg/m^3$

SOLUCION : Hago un dibujito y aplico la fórmula para resistencias en paralelo :



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_T} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{R_T = 3{,}33\ Pa\ x\ Seg/m^3}$$

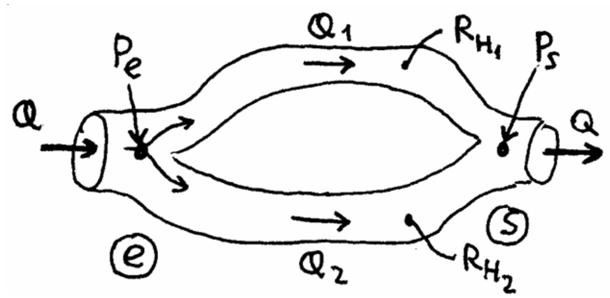
Fijate que calculé la R_{EQ} para 2 resistencias en paralelo de 5 y de 10. Me dió R_{EQ} = 3,33, que es menor que 5. Entonces de este ejercicio se puede sacar una conclusión posta-posta:

La resistencia equivalente de una conexión en paralelo siempre es **MENOR QUE LA MENOR** de las resistencias

← VER ESTO

FORMULA SALVADORA PARA TUBO QUE SE RAMIFICA

Supongamos que tenés un tubo que se divide en dos. Las resistencias hidrodinámicas de los tubos serán R_{H1} y R_{H2}. Los caudales que circularán por los tubos van a ser Q_1 y Q_2.



← UN TUBO QUE SE RAMIFICA EN DOS TUBOS EN //

La fórmula salvadora da el caudal que circula por cada tubo. Para deducir estas dos fórmulas se parte de algo importante que es esto: Los 2 tubos tendrán la misma presión a la entrada. (P_e en el punto e). Los 2 tubos también tendrán la misma presión a la salida (P_s en el punto s). Esto pasa porque los tubos se juntan en el punto tanto en **e** como en **s**. Los puntos **e** y **s** son comunes a los **2** tubos. Por lo tanto en **e** y en **s** la presión será la misma para los dos. Ojo, NO estoy diciendo que $P_e = P_s$. (Atento). Lo que quiero decir es que P_e para el tubo 1 es la misma que P_e para el tubo 2 . Y también P_s para el tubo 1 es

la misma que P_s para el tubo 2. P_e nunca puede ser = a P_s . P_e SIEMPRE tiene que ser MAYOR que P_s . Gracias a que P_e es mayor que P_s el líquido puede circular. Resumiendo, la presión P_e es la que empuja para que el líquido se mueva.
La deducción de las fórmulas salvadoras es un poco larga. Quedan :

VER

FORMULAS SALVADORAS →

$$\boxed{Q_1 = Q_e \cdot \frac{R_{H2}}{R_{H1} + R_{H2}}} \leftarrow$$ CAUDAL QUE CIRCULA POR LA RAMA 1

$$\boxed{Q_2 = Q_e \, \frac{R_{H1}}{R_{H1} + R_{H2}}} \leftarrow$$ CAUDAL QUE CIRCULA POR LA RAMA 2

Tené anotadas por ahí estas 2 fórmulas. Han salvado a muchos alumnos en parciales y finales. Atención, no conviene usar las fórmulas salvadoras en problemas a desarrollar Pueden no tenértelo en cuenta porque no estás justificando. Conviene usarlas sólo para verificar. (En los problemas choice sí podés usarlas).

POTENCIA

A veces piden calcular la potencia que se gasta para hacer circular un líquido viscoso.
Se habla de potencia gastada, potencia consumida o de potencia que hay que entregar.
Esta potencia es la energía disipada por el rozamiento por unidad de tiempo. Es energía que se libera en forma de calor. En hidrodinámica la fórmula para calcular la potencia es:

$$\boxed{Pot = Q \cdot \Delta P} \leftarrow$$ POTENCIA (EN WATTS)

En esta fórmula **Q** es el caudal que circula. Va en m^3/seg. **Delta P** es la diferencia de presión entre la entrada y la salida. Va en Pascales. **P** es la potencia en Watts. (1 Watt = 1 Joule/seg)

Hay dos formas más de calcular la potencia. Como por ley de Poiseuille $\Delta P = Q \times R_H$, puedo reemplazar en la fórmula $Pot = Q \times \Delta P$ y me queda :

$$\boxed{Pot = \frac{(\Delta P)^2}{R_H} \quad \text{ó} \quad Pot = R_H \times Q^2} \leftarrow$$ OTRAS 2 FORMULAS PARA CALCULAR LA POTENCIA

TRABAJO REALIZADO O ENERGIA CONSUMIDA

A veces piden calcular el trabajo realizado por una bomba o la energía consumida. (Es lo mismo). Para calcular eso se usan estas fórmulas:

$$\boxed{L = E_{nerg} = \Delta P . Vol}$$

⇦ TRABAJO REALIZADO o ENERGIA CONSUMIDA

En esta ecuación, **Delta Pe** es la diferencia de presión (Pa) y **Vol** es el volumen de líquido que circuló (m^3). Otra manera de calcular lo mismo es con esta otra fórmula :

$$\boxed{L = E_{nerg} = Pot \times \Delta t}$$

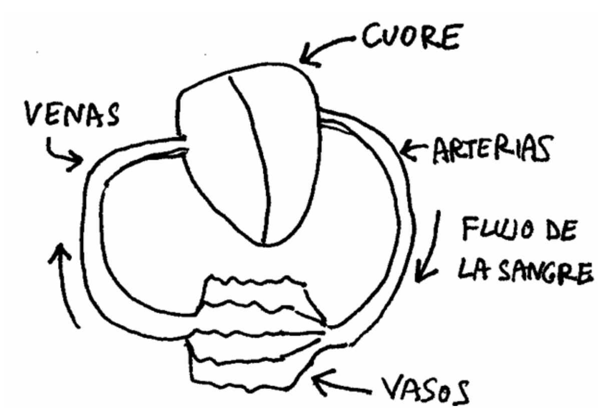
En esta fórmula **Pot** es la potencia consumida en watts y delta te es el tiempo que pasó en segundos.

EJEMPLO:

a)-CALCULAR LA POTENCIA QUE DEBE TENER UN MOTORCITO QUE PUEDA REEMPLAZAR AL CORAZON EN SU FUNCION DE BOMBEAR SANGRE.
b)-CALCULAR EL VALOR DE LA R_H PARA TODO EL SISTEMA CIRCULATORIO.

DATOS: CAUDAL QUE BOMBEA EL CORAZON: Q = 5 litros/min
PRESION A LA SALIDA DE LA AORTA = 13.000 Pa
PRESIÓN A LA ENTRADA DE LA VENA CAVA = 1.000 Pa.

La cosa es así: A grandes rasgos el corazón se comporta como una bomba. Toma sangre y la impulsa para que circule venciendo el rozamiento que tiene la sangre con las paredes de las venas y las arterias. Todo este asunto de hacer circular la sangre le crea un gasto de energía al cuerpo. Al dividir esta energía por el tiempo empleado, tengo la potencia en Watts. Hagamos un dibujito simplificado del sistema circulatorio.



⇦ Circuito reducido para el corazón

(Me llegan a ver en la facultad de medicina con este dibujito y me matan. Pero bueno, sigamos). Calculo el caudal que bombea el corazón. El caudal en m^3 por segundo es :

$$Q = (5/1000)\ m^3 / 60\ seg$$

$$\rightarrow \quad \underline{\mathbf{Q = 8{,}334 \times 10^{-5}\ m^3 / seg}}$$

El Δ P entre los 2 lados del corazón es:

$$\Delta P = 13.000\ Pa - 1.000\ Pa$$

$$\rightarrow \quad \underline{\mathbf{\Delta P = 12.000\ Pa}}$$

Calculo la potencia que genera el corazón : $Pot = Q \times \Delta P$

$$Pot = 8{,}334 \times 10^{-5}\ m^3 / seg \times 12.000\ N / m^2$$

$$\rightarrow \quad Pot = 1\ Joule/seg$$

$$\rightarrow \quad \underline{\mathbf{Pot = 1\ Watt}}$$

<u>Rta:</u> El motorcito que reemplace al corazón tendría que tener una potencia aproximada de 1 Watt.

b) Voy a calcular la resistencia hidrodinámica para todo el sistema circulatorio: Por ley de Poiseuille:

$$\Delta P = Q \times R_H$$

Yo había calculado el delta Pe y me había dado 12.000 Pascales. El caudal bombeado por corazón me había dado $Q = 8{,}334 \times 10^{-5}\ m^3 / seg$. Entonces:

$$R_H = \Delta P / Q$$

$$R_H = 12.000\ Pa / 8{,}334 \times 10^{-5}\ m^3 / seg$$

$$\rightarrow \quad \underline{\mathbf{R_H = 1{,}44 \times 10^8\ Pa \times seg / m^3}}$$

<u>NOTA</u>: Estos datos son reales para una persona que está más o menos quieta.

Fin Viscosidad

VISCOSIDAD

- EJERCICIOS SACADOS DE PARCIALES –

Un tubo por el que fluye un líquido viscoso se reemplaza por otro que está agrandado al doble en todas sus dimensiones lineales, es decir longitud doble y diámetro doble. Si Q era el caudal original y suponiendo que no haya cambiado la diferencia de presión entre los extremos, el nuevo caudal será:

☐2Q ☐8Q ☐Q ☐4Q ☐Q/4 ☐Q/2

Hagamos un dibujito de lo que dice el enunciado :

$$R_{H_1} = \frac{8\,\eta\,L}{\pi\, r^4} \qquad R_{H_2} = \frac{8\,\eta\,2L}{\pi\,(2r)^4}$$

$$\Delta P = Q\,R_H \Rightarrow \Delta P_1 = Q_1 \cdot R_{H_1} \Rightarrow$$

$$\Delta P_1 = Q_1 \cdot \frac{8\,\eta\,L}{\pi\, r^4}$$

$$\Delta P_2 = Q_2 \cdot \frac{8\,\eta\,2L}{\pi \cdot 16\, r^4}$$

Divido las ecuaciones :

$$\cancel{\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2}} = \frac{Q_1\,\cancel{8}\,\cancel{\eta}\,\cancel{L}}{Q_2\,\cancel{8}\,\cancel{\eta}\cdot 2\cancel{L}}\;\frac{\cancel{\pi}\cdot 16\,\cancel{r^4}}{\cancel{\pi}\,\cancel{r^4}} \qquad (\,\Delta P_1 = \Delta P_2\,)$$

$$Q_2 = Q_1 \cdot \frac{16}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_2 = 8\,Q_1}$$

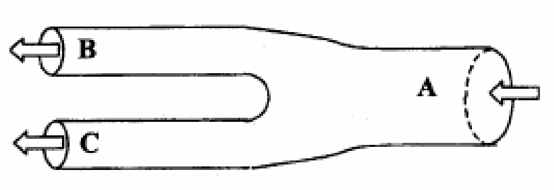
correcta la 2da.

2 - Un liquido de viscosidad 1 cp fluye con régimen laminar y estacionario. Entran 34 litros / min por un caño (A) horizontal que tiene una resistencia hidodinámica de 400 atm.seg/m^3 y se divide en otros dos (B y C) de resistencias 700 atm.seg/m^3 y 100 atm.seg/m^3 , respectivamente, y a igual altura que el otro. Los tubos B y C se vuelven a juntar a la salida.

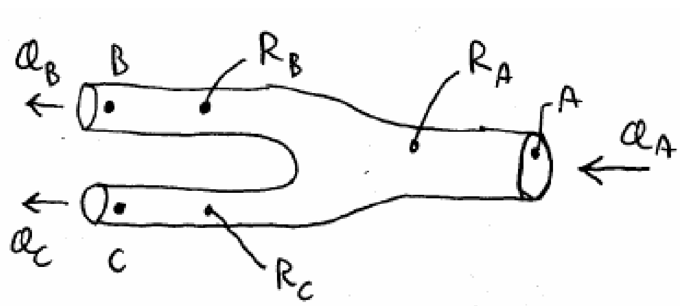
Calcular :

a) - La diferencia de presión en atmósferas entre la entrada de A y la salida de B.

b) - El caudal en litros/ min que fluye por B



Acá hay un tubo A que se divide en 2 tubos B y C. Fijate que el líquido TIENE VISCOSIDAD. (➔ No se puede usar Bernoulli). Hagamos un dibujito :



Las resistencias hidrodinámicas de los tubos son :

$$R_{H_A} = 400 \ \frac{atm \times seg}{m^3} \ ; \ R_{H_B} = 700 \ \frac{atm \times seg}{m^3} \ ; \ R_{H_C} = 100 \ \frac{atm \times seg}{m^3}$$

a) - Calculo la resistencia hidrodinámica total. Tengo un tubo en serie con 2 tubos en paralelo. Entonces, la resistencia hidrodinámica del tubo en paralelo va a ser:

$$R_{//} = \frac{R_B \times R_C}{R_B + R_C} = \frac{700 \times 100}{700 + 100} = \frac{70000}{800} = 87{,}5 \ \frac{atm \times seg}{m^3}$$

A este valor le sumo la R_H del tubo A que es de 400 atm$\times$seg/m^3 . Me da :

$$\Rightarrow \underline{R_{H_{TOT}} = 487{,}5 \ \frac{atm \times s}{m^3}} \quad \Leftarrow \text{RESISTENCIA HIDRODINAMICA TOTAL}$$

Planteo la ley de Poiseouille: $P_A - P_{BC} = Q \cdot R_{H_{TOT}}$

$$\Rightarrow \Delta P_{A-BC} = 34 \frac{l}{min} \times 487{,}5 \frac{atm \times seg}{m^3}$$

$$\Rightarrow \Delta P_{AC} = \frac{34}{1000} \frac{\cancel{m^3}}{60\,\cancel{seg}} \times 487{,}5 \frac{atm \times \cancel{seg}}{\cancel{m^3}}$$

$$\boxed{\Delta P_{AC} = 0{,}276 \text{ atm}} \Leftarrow$$

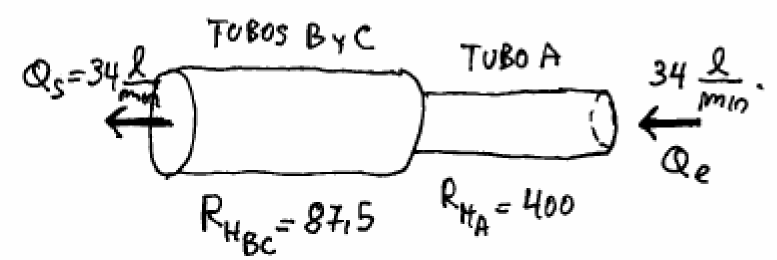
DIFERENCIA DE PRESIÓN ENTRE LOS PUNTOS A Y C

Usando las fórmulas salvadoras:

$$Q_B = Q_A \cdot \frac{R_C}{R_B + R_C} \Rightarrow Q_B = 34 \frac{l}{min} \times \frac{100}{700 + 100}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_B = 4{,}25 \frac{l}{min}}$$

Vamos a otra manera de calcular el caudal Q_B SIN usar la fórmula salvadora. (No todo el mundo conoce esta fórmula secreta). Veamos. Calculo la caída de presión en los caños B y C del paralelo. La resistencia hidrodinámica de estos 2 caños como si fueran uno solo es 87,5 atm × seg/m^3 .



El caudal que circula por esos 2 caños en conjunto sigue siendo 34 litros. Planteo la ley de Poiseouille :

$$\Delta P_{PARALELO} = Q_{BC} \times R_{HBC}$$

$$\Rightarrow \Delta P_{PARALELO} = \mathbf{34} \, \frac{\textbf{litros}}{\textbf{min}} \times \; \mathbf{87{,}5} \, \frac{\textbf{atm} \times \textbf{seg}}{\textbf{m}^3}$$

$$\Delta P_{PARALELO} = 0{,}04958 \text{ atm}$$

Ahora vuelvo a plantear la ley de Poiseouille pero solo para el tubo B :

$$\Delta P_{TUBO\ B} = Q_B \times R_{HB}$$

El $\Delta P_{TUBO\ B}$ lo acabo de calcular. Es el delta P del paralelo (0,04958 atm). Entonces :

$$0{,}04958 \text{ atm} = Q_B \times \mathbf{700} \ \frac{\textbf{atm} \times \textbf{seg}}{\textbf{m}^3}$$

$$\rightarrow Q_B = 7{,}08 \times 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{seg}$$

$$\rightarrow Q_B = \mathbf{4{,}25} \ \frac{\textbf{litros}}{\textbf{min}}$$

Otra tercer manera de calcular el Q_B es plantear lo siguiente : La variación de presión en el tubo B es la misma que en el tubo C. Es decir :

$$\Delta P_{TUBO\ B} = \Delta P_{TUBO\ C}$$

$$\Rightarrow Q_B \cdot R_{H_B} = Q_C \cdot R_{H_C} \quad \Rightarrow Q_B = Q_C \cdot \frac{R_{H_C}}{R_{H_B}}$$

$$\Rightarrow Q_B = Q_C \cdot \frac{100}{700}$$

$$\Rightarrow Q_B = \frac{Q_C}{7} \quad (1)$$

$$Q_B + Q_C = 34 \frac{l}{min}$$

$$\Rightarrow Q_C = 34 \frac{l}{min} - Q_B$$

$$\Rightarrow Q_B = \frac{34 l/min - Q_B}{7}$$

Despejando Q_B :

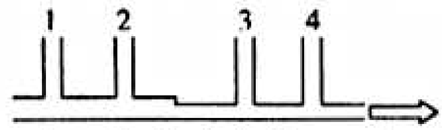
$$\Rightarrow \boxed{Q_B = 4{,}25 \frac{l}{min}}$$

<u>Nota 1</u>: fijate que en este problema la viscosidad de 1 Centi Poise no se usa. Es un dato de más.

<u>Nota 2</u>: Este es un problema de desarrollo. Puede ser que no te aceptan que pongas la fórmula salvadora y resuelvas todo sin explicar de dónde sale la fórmula.

<u>Nota 3</u> : Por las dudas: si el caudal que sale por el tubo B es de 4,25 litros por minuto, el caudal que va a salir por el tubo C tiene que valer 34 - 4,25 = 29,75 litros por min.

P3) En un sistema como el de la figura, sabiendo que los manómetros 1 y 2 están separados por la misma distancia que separa los manómetros 3 y 4; cuando fluye un líquido real se cumple que:



☐ **La altura alcanzada por el líquido en el manómetro 1 es igual a la altura que alcanza en el manómetro 2 porque la energía cinética del líquido que fluye por debajo de estos manómetros es la misma y no hay pérdida de energía debida al rozamiento.**

☐ **La altura alcanzada por el líquido en el manómetro 1 es igual a la altura que alcanza en el manómetro 2 porque la presión es constante a lo largo de todo el sistema.**

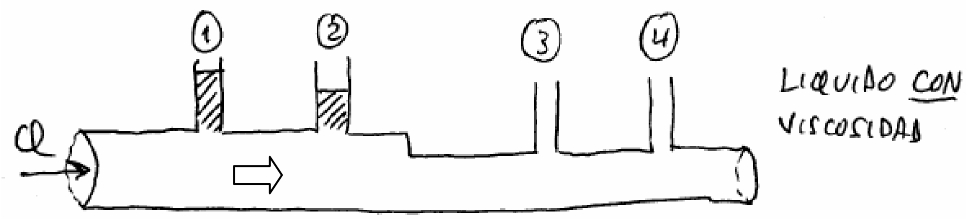
☐ **La altura alcanzada por el líquido en el manómetro 1 es menor a la altura que alcanza en el manómetro 2 porque la energía cinética va disminuyendo a medida que el fluido avanza por el sistema.**

☐ **La altura alcanzada por el líquido en el manómetro 1 es menor a la altura que alcanza en el manómetro 2 porque hay un aumento de presión en el líquido que fluye por debajo del manómetro 2 por encontrarse más cercano al estrechamiento de la tubuladura.**

☐ **La altura alcanzada por el líquido en el manómetro 1 es mayor a la altura que alcanza en el manómetro 2 porque a pesar de que la energía cinética es la misma en el líquido que fluye por debajo de estos manómetros, existe una pérdida de energía debida al rozamiento.**

☐ **La altura alcanzada por el líquido en el manómetro 1 es mayor a la altura que alcanza en el manómetro 2 porque la energía cinética va disminuyendo a medida que el fluido avanza por el sistema.**

Hagamos un dibujito. Tengo el líquido que entra así : ⟶

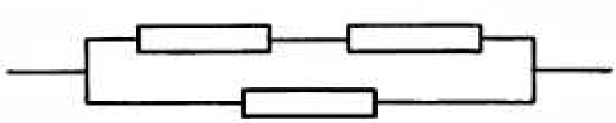


Hay que pensar un poco. h_1 tiene que ser mayor que h_2 porque a medida que el líquido avanza va cayendo la presión. Esto pasa porque el líquido es viscoso y hay rozamiento. Al caer la presión, el líquido en el tubo 2 va a tener menor altura.
Sin embargo, la E_{CIN} del líquido es la misma debajo de los tubos 1 y 2 porque la velocidad del líquido es la misma. Correcta la anteúltima.

<u>NOTA:</u> ¿ Para qué pusieron los tubos 3 y 4 ? (Bienvenido a Biofísica)

---

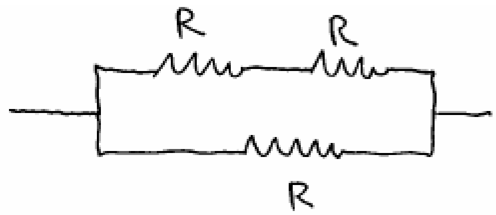
4. Tres tubos de agua de la misma resistencia hidrodinámica están conectados, dos en serie entre sí y en paralelo con el otro. La resistencia del conjunto es R. Si se modifica la conexión, colocando los tres tubos en paralelo, la nueva resistencia será:



☐ **9R/2** ☐ **3R**
☐ **2R/3** ☐ **R/2**
☐ **3R/2** ☐ **R**

SOLUCIÓN: Hago el dibujo de los 3 tubos. Tengo 2 tubos en serie en paralelo con otro.

Sería esto :

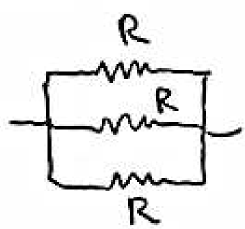


Fijate que dicen que los 3 tubos tienen la misma resistencia. Calculo la resistencia equivalente inicial teniendo 2 tubos en serie con uno en paralelo :

$$R_{TOT_1} = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2R^{\cancel{2}}}{3\cancel{R}}$$

$$\Rightarrow \quad R_{TOT_1} = \frac{2}{3} R$$

Me dicen que ahora se ponen los 3 tubos en paralelo. Entonces tengo esto :



$$\frac{1}{R_{TOT_2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{T_2}} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_{TOT_2} = \frac{R}{3}$$

Haciendo la división R_{TOT2} dividido R_{TOT1} :

$$\frac{R_{TOT_2}}{R_{TOT_1}} = \frac{\frac{\cancel{R}}{3}}{\frac{2}{3}\cancel{R}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{R_{TOT_2} = \frac{R_{TOT_1}}{2}}$$

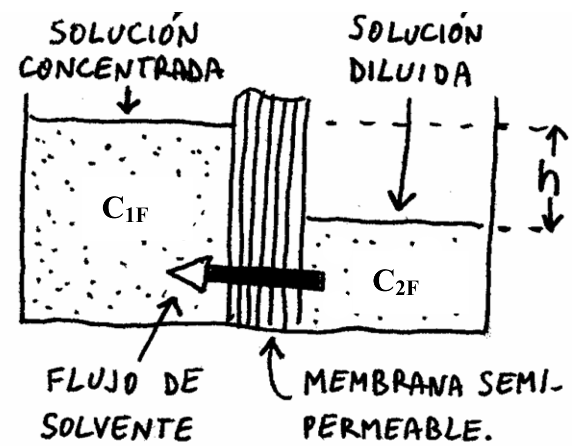
Correcta la 5ta

FIN PROBLEMAS DE PARCIALES DE VISCOSIDAD

* DIFUSIÓN
* ÓSMOSIS
* HUMEDAD RELATIVA

OSMOSIS

SITUACION FINAL
(Niveles diferentes)



Diferencia de alturas

$C_{1Final} > C_{2Final}$

$$\boxed{\Pi = (C_1 - C_2) \times R \times T}$$

← FÓRMULA DE VANT HOFF

PRESION OSMOTICA (PI) (Atmósferas)

DIFERENCIA DE CONCENTRACIONES (moles / litro)

0,082 $\frac{l \cdot atm}{K \cdot mol}$

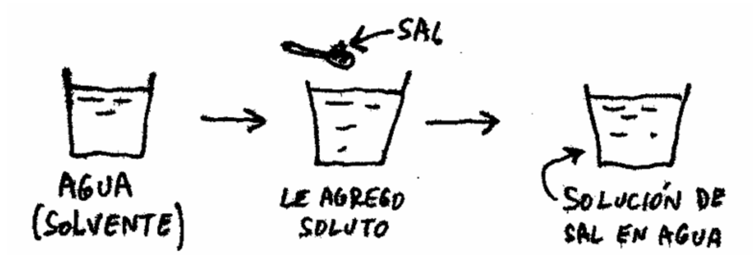
TEMPERATURA (KELVIN!)

NOTA: Se supone que soluciones ya lo sabés de química. En ese caso podés darle una leída rápida .

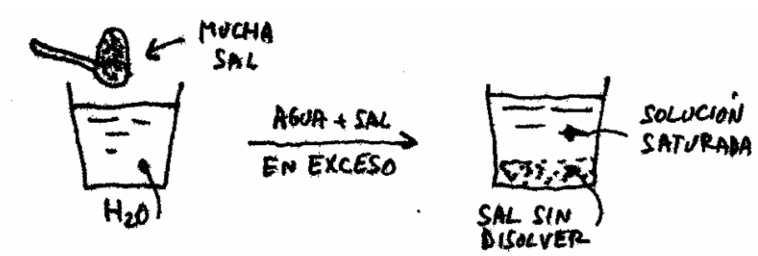
SOLUCIONES

Suponé que tengo un vaso con agua y le agrego sal. Agito. Después de un tiempo la sal desapareció. ¿ Qué pasó ?
Rta: La sal se DISOLVIÓ en el agua. Lo que antes era agua pura ahora se convirtió en agua salada. Entonces, al disolver una masa de soluto en agua, obtengo una **solución**.

Al agua la llamo: SOLVENTE (sv)
A la sal que disolví: SOLUTO (st)
y al agua salada: SOLUCIÓN (sc)



Si sigo agregando sal al agua, veo que llega un momento en el que la sal ya no se disuelve más. Si espero un poco, la sal, que puse de más se va al fondo del vaso. (= PRECIPITA). Esto quiere decir, que el agua sólo puede disolver cierta cantidad de soluto (st). O lo que es lo mismo, la solubilidad del st en el sv a esa temperatura llegó a su límite. A la solución que me queda se la llama " solución saturada ".



Para tener una idea: La solubilidad del NaCl en agua pura es de 36 gramos por cada 100 gramos de agua. Entonces, si a 100 g de agua a 20 °C le agrego 40 g de NaCl, hay 4 g de sal que no se disolverán a esa temperatura.

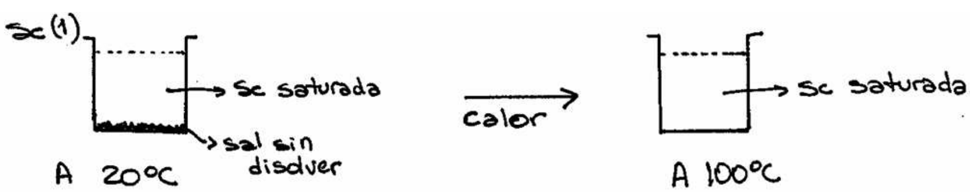
Puedo tener soluciones saturadas, concentradas o diluidas. Fijate:

Solución **saturada**:
Contiene el máximo de soluto que se puede disolver en el solvente a esa temperatura.
Solución **concentrada:**
La masa del soluto disuelta es cercana a la máxima posible a esa temperatura.
Solución **diluida:**
La masa de soluto disuelta es mucho menor que el valor máximo a esa temperatura.

Concretamente, lo que tenés que entender es que la solubilidad es la cantidad de soluto que es capaz de disolver un solvente a cierta temperatura. Esta solubilidad depende por un lado de la naturaleza del st y del sv. Pero también depende de la temperatura y de la presión.

Para soluciones de sólidos en líquidos, la solubilidad suele aumentar con la temperatura. Pero esto no siempre es así. Hay algunos casos donde la solubilidad puede no variar al aumentar la temperatura (O incluso puede disminuir). Por otro lado, la presión influye poco sobre la solubilidad de sólidos en líquidos.

Antes te dije que a 20 °C, la solubilidad del NaCl era de 36 g por cada 100 g de agua. Si agregamos 40 g de NaCl a 100 g de agua, parte de la sal no se disolvía. Pero si caliento un poco la solución veo que toda la sal desaparece.



Esto quiere decir que la solubilidad aumentó con la temperatura.

$\boxed{S\uparrow \text{ cuando } T\uparrow}$.

CONCENTRACIÓN DE UNA SOLUCIÓN

Se llama concentración de una solución a la relación que existe entre la cantidad de soluto y la cantidad de solvente. También se puede definir la concentración como la relación que existe entre la cantidad de soluto y la cantidad de solución. Hay varias formas de indicar la cantidad de soluto y de solvente que tiene una solución.
Las que más vamos a usar nosotros acá es moles / litro, moles / cm^3 y kg / litro

Molaridad: (M)
Indica el número de moles de soluto que hay disueltos en un litro de solución.

$$M = \frac{\text{número de moles de soluto}}{\text{volumen de solución (litro)}}$$

$$\boxed{M = n_{soluto} \,/\, litro_{solución}}$$

¿ Pero qué es un mol ?

Rta: Un mol de algo equivale a 6,02 x 10^{23} partículas de ese algo. Partículas elementales son moléculas, átomos, protones, electrones, iones y demás.

<u>Ejemplo</u>: 0,05 moles de ión calcio (Ca^{2+}) tienen $0,05 \times 6,02 \times 10^{23}$ iones de Ca^{2+}.La masa de un mol expresada en gramos coincide numéricamente con la masa relativa.

$$\text{Nro. de moles de soluto} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa relativa}} \qquad \boxed{n^\circ\ st = \frac{m_{st}}{Mm_{st}}}$$

<u>Ejemplo</u>:
Supongamos que tengo una solución 0,1 Molar de NaCl. Esto quiere decir que tengo 0,1 moles de NaCl en un litro de solución.

0,1 M NaCl en 1 litro de solución significa 0,1 moles de soluto en 1 litro.

· Calculo cuántos gramos de soluto hay en un litro de solución.

$$\text{Nro de moles de NaCl} = \frac{\text{M NaCl en g}}{M_M\ \text{NaCl}}$$

M_M NaCl = $M_{át}$ Cl + $M_{át}$ Na (Saco las masas de la tabla periódica)

M_M Na Cl = 35,5 + 23 = 58,5 → masa de 1 mol de Na Cl en g

De la ecuación, despejo M Na Cl ➔ m Na Cl = n° Na Cl . $M_{M\ Na\ Cl}$

M Na Cl = 0.1 moles. 58,5 g/mol

M Na Cl = <u>5,85 g</u>

➔ en una sc 0,1 M de NaCl hay 5,85 g de NaCl por litro de solución.

<u>Recordar</u>: el volumen se suele poner en cm^3 o mililitros.

1 mililitro ≡ 1 cm^3

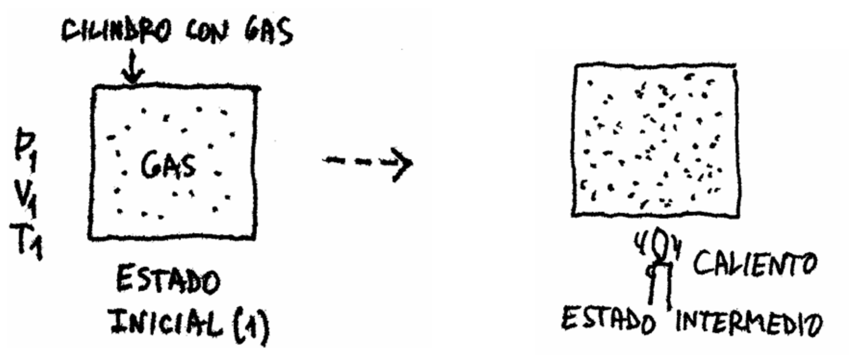
1 litro ≡ 1 dm^3

Como las soluciones que usamos generalmente están muy diluidas en agua, entonces la densidad de la solución será $\delta_{sc} = 1g / cm^3$ porque la densidad del agua también es $\delta_{H2O} = 1g / cm^3$.

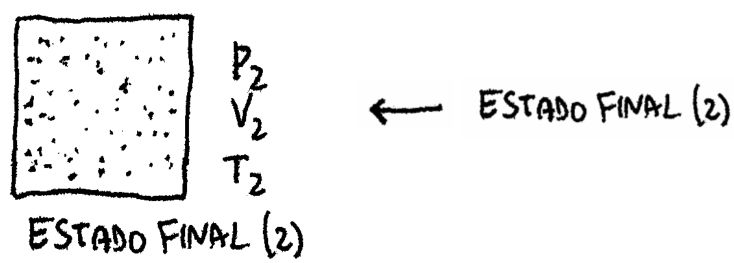
GASES IDEALES

Se supone que este tema también lo conocés de química. Así que me limito a hacer un pequeño repaso. Básicamente tenés que recordar la ecuación de estado para los gases ideales: p.v = n.R.T. Tenés que saber manejarla bien, saber calcular el Nro de moles y demás. Voy a usar un poco la ecuación al hablar de difusión y de ósmosis. También la voy a usar en el tema de humedad relativa. Pero más que nada vas a necesitar usarla en la parte de calor y termodinámica. (ciclos y todo eso).

Supongamos que tengo un gas en un cilindro y lo caliento:



Al calentar el gas cambian la presión, el volumen y la temperatura. Llego a un estado final P_2, V_2 y T_2 .



La ecuación que relaciona los estados 1 y 2 es la "ECUACIÓN DE ESTADO DE LOS GASES IDEALES"

$$\boxed{\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}} \longleftarrow \text{ECUACION DE ESTADO DE LOS GASES IDEALES}$$

Las variables P, V y T se llaman variables de estado (presión, volumen y temperatura). P es la presión absoluta del gas. V es el volumen. T es la temperatura.
La presión suele ir en atmósferas, en Kgf / m^2 o en Pascales (N/m^2).

El volumen suele ir en litros, cm^3, dm^3 o m^3. La temperatura va en grados Kelvin (K). Repito, T va en $\boxed{\textbf{Kelvin}}$, ojo ! Recordá que $T_{(Kelvin)} = T_{(°C)} + 273$.

La ecuación se puede escribir también como P.V / T = cte. Y también se puede poner en función del número de moles. Queda :

$$\boxed{P.V = n\,R\,T}$$ ← ECUACIÓN DE ESTADO EN FUNCIÓN DEL N^ro^ DE MOLES (n)

R es la constante universal de los gases. El valor que usamos es:

$$\boxed{R = 0{,}082 \ \text{litro} \times \text{atm} / \text{Kelvin} \times \text{mol}}$$

n es el número de moles del gas. Se calcula de la siguiente manera :

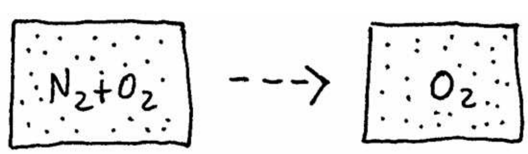
$$n = \frac{\text{Masa del gas en gramos}}{\text{Masa molecular relativa}}$$ ← N^ro^ de MOLES

La masa molecular relativa (Mr) sale de la tabla. Van los valores de algunas masas moleculares que pueden calcularse con los datos de la tabla:

Masa molecular del O_2 = 2 x 16 = 32 g
Masa molecular del H_2 = 1 x 2 = 2 g
Masa molecular del H_2O = 2 + 16 = 18 g
Masa molecular del C = 1 x 12 = 12 g
Masa molecular del CO_2 = 12 x 32 = 44 g

La ecuación P. V / T = cte se usa si la masa del gas encerrado no se modifica. Si la masa varía hay que usar la ecuación P.V = n.R.T .

<u>PRESIÓN PARCIAL DE UN GAS</u>:
Si un cilindro tiene 2 gases mezclados, la "presión parcial" de cada gas es igual a la presión que tendría ese gas si estuviera solo ocupando todo el volumen del recipiente. Mirá el dibujo:



← PRESION PARCIAL DEL OXIGENO

Supongamos que tengo un cilindro con un volumen de 2 m^3. El recipiente tiene oxígeno y nitrógeno. La presión parcial del O_2 será igual a la presión que tendría ese gas si se sacara todo el nitrógeno y el O_2 ocupara todo el volumen de los 2m^3. Lo mismo ocurriría con el nitrógeno.

Al estar los dos gases mezclados, la presión total en el recipiente es igual a **la suma de las presiones parciales**. Esto es lo que se llama Ley de Dalton. Si tengo 2 gases :

$$\boxed{P_{TOTAL} = P_{p_{gas\,1}} + P_{p_{GAS\,2}}}$$

← LEY DE DALTON

Lo que dice la ley de Dalton es que la presión total es la suma de las presiones parciales. Si tengo más de 2 gases me queda:

$$P_{tot} = P_{parcial\ gas\ 1} + P_{parcial\ gas\ 2} + P_{parcial\ gas\ 3} + \ldots$$

FRACCIÓN MOLAR:
Supongamos que en el recipiente hay varios gases . El gas 1, gas 2, gas 3, etc. Cada gas tiene un determinado número de moles. En total habrá un número de moles n_{TOTAL} . La fracción molar para cada es:

$$\boxed{\bar{X}_{GAS\,1} = \frac{N^{ro}\ \text{de Moles del GAS 1}}{N^{ro}\ \text{de Moles Totales}}}$$

← FRACCIÓN MOLAR

Para calcular la presión parcial de un gas sabiendo su fracción molar se hace :

$$\boxed{P_{P_{GAS\,1}} = \bar{X}_1 \times P_{TOT}}$$

← PRESIÓN PARCIAL DE UN GAS EN FUNCION DE LA FRACCIÓN MOLAR

PRESION PARCIAL DEL GAS 1

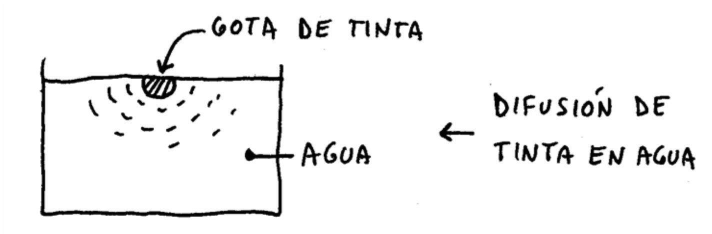
FRACCIÓN MOLAR DEL GAS 1

PRESIÓN TOTAL

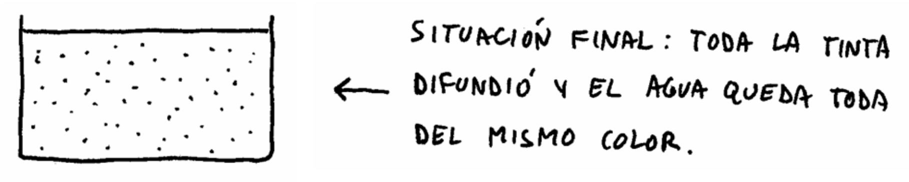
Recordá que para calcular el número de moles que hay en determinada masa hay que hacer $\mathbf{n_{gas\,1} = masa_{gas\,1} / Mr_{gas\,1}}$

DIFUSION

Supongamos que tiro una gota de tinta en un vaso con agua. La gota queda flotando y a medida que pasa el tiempo se empieza a esparcir por todo el vaso. A este fenómeno se lo llama **DIFUSIÓN**. Mirá el dibujito :



Si dejo pasar suficiente tiempo, toda la tinta difundirá en el agua. Si la tinta es azul, al rato toda el agua quedará ligeramente celestita. Toda la tinta habrá difundido en el agua.



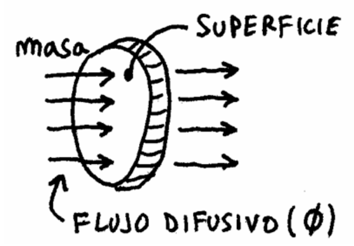
Fijate esto: la cuestión de que la tinta se distribuya por todo el vaso de agua ocurre sola. Yo puedo ayudar si revuelvo un poco. Pero si no revuelvo nada, el asunto ocurre igual (tarda más tiempo). Se habla entonces de difusión pasiva. Tengo difusión pasiva cuando la tinta se difunde sola, sin que nadie "haga fuerza" para que eso ocurra.

Este asunto de la difusión puede darse en el caso de líquidos con líquidos (tinta en agua), pero también puede haber difusión de gases en gases o de gases en líquidos y todo eso. Por ejemplo, si tiro sal en agua, tengo difusión de un sólido en un líquido. Si tiro perfume en una habitación tendré difusión de un gas en un gas.
Entonces: ¿ qué es la difusión ?
Rta: La difusión se da cuando una substancia que se esparce en otra substancia. Por ejemplo, tinta en agua, azúcar en agua o perfume en el aire.

¿ Por qué ocurre la difusión ?
Rta: Hummmm.... Difícil de explicar. Lo que tenés que saber es que la difusión se da sola, sin que nadie empuje para que se produzca. Es como una especie de tendencia que tiene la naturaleza a espacir lo que tiene por todos lados. La naturaleza no quiere agua por un lado y tinta por el otro, quiere una solución homogénea de tinta en agua. La naturaleza no quiere diferencias, quiere igualar.

FLUJO DIFUSIVO FI (Ø)

La idea ahora es tratar de ver qué cantidad de tinta está difundiendo. Hago un dibujito. Agarro una cierta superficie. Me fijo que cantidad de materia está atravesando esta superficie en cierto tiempo.



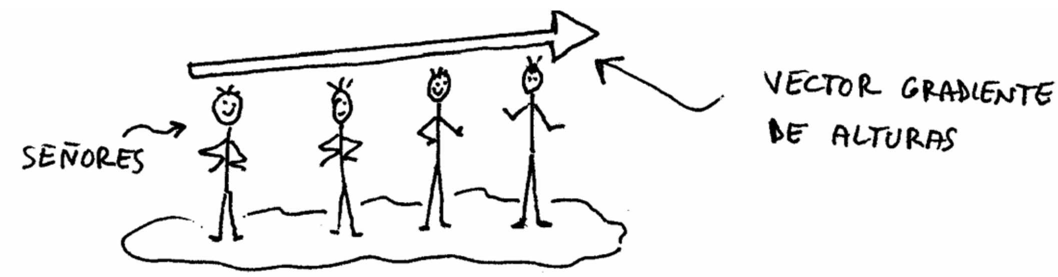
Acá hablamos de flujo FI (∅). Vendría a ser la cantidad de masa que pasa por unidad de superficie en cierto tiempo. Sin hilar fino se podría entender al flujo FI como una especie de " caudal " o algo por el estilo. El flujo FI se calcula como:

$$\emptyset = \frac{masa}{Area \times \Delta t} \quad \left[\frac{moles}{cm^2 \times seg}\right]$$

Por ejemplo un flujo de 20 kg / $m^2 \times$ seg me está indicando que por cada metro cuadrado de superficie pasan 20 kg cada segundo. FI se puede medir en varias unidades diferentes. Generalmente acá en biofísica se usan moles / cm^2. seg.

VECTOR GRADIENTE

El gradiente es un vector que indica **hacia donde crece algo**. Se puede hablar por ejemplo de gradiente de alturas. El vector gradiente de altura me indicaría hacia donde va creciendo la altura de alguna cosa (Montañas, por ejemplo). Si yo pongo en fila todos los alumnos del aula y los ordeno según la nota que sacaron, el vector gradiente de notas nacería en los que tienen notas bajas y terminaría en los que tienen notas altas.

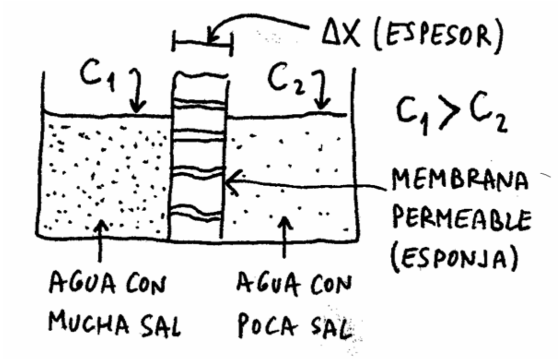


La flecha que representa al vector gradiente siempre nace donde lo que tengo es chico y apunta hacia donde lo que tengo es grande. Es decir, (importante), la flecha del gradiente apunta siempre de **menor a mayor**.
En el caso de tener 2 soluciones con distinta cantidad de soluto disuelta, se puede hablar de GRADIENTE DE CONCENTRACIÓN . Sería una flecha que iría desde donde tengo la concentración menor hasta donde tengo la concentración mayor.

LEY DE FICK DE LA DIFUSION ← LEER

Fick estudió este fenómeno de la difusión. La idea era tratar de ver qué era lo que movía a una cosa (la sal) a difundir en otra cosa (El agua). Fick hizo algunos experimentos y llegó a la conclusión de que lo que provocaba la difusión era la diferencia de concentraciones. El agua no tenía la misma concentración en todo el vaso. O sea: Tiro un poco de sal en el agua. La sal se disuelve y tengo cierta concentración de sal en agua, por ejemplo, 2 g por litro. La naturaleza "no quiere" que la sal esté separada del agua. Trata de juntarlas para que formen <u>una única solución</u> con una <u>única concentración</u>. Es como si la naturaleza tuviera una tendencia a "igualar".

Analicemos ahora esta otra situación: pongo en un recipiente agua con mucha sal de un lado y agua con poca sal del otro. Tengo 2 soluciones de concentraciones C_1 y C_2 . Supongamos que la solución C_1 está más concentrada que la solución C_2. ($C_1 > C_2$). Para que las 2 soluciones no se mezclen, pongo un tabique poroso que divida el recipiente en dos partes. El tabique tiene agujeritos para que pueda pasar solución de un lado al otro. Conclusión, es como si estuviera poniendo un pedazo de esponja para separar las 2 soluciones. Sería algo así:



⇦ 2 SOLUCIONES DE CONCENTRACIONES C_1 Y C_2 SEPARADAS POR UNA MEMBRANA PERMEABLE.

A este tabique poroso se lo llama membrana <u>PERMEABLE</u>. Una membrana es permeable cuando deja pasar soluto para los 2 lados y solvente para los 2 lados. En la práctica una membrana permeable vendría a ser una esponja. Como la membrana es permeable y deja pasar todo, empezará a haber flujo de solvente de un lado para el otro y flujo de soluto de un lado para el otro.
Pregunta; ¿ Hasta cuándo va a seguir este flujo ?
<u>Rta</u>: Va a seguir por un rato. Ahora vamos a ver hasta cuando.

<u>GRADIENTE DE CONCENTRACION</u>

Fijate ahora a qué se llama diferencia de concentración. La diferencia de concentración ΔC es la resta entre las concentraciones de las 2 soluciones :

$$\Delta C = C_2 - C_1 \quad \leftarrow \text{DIFERENCIA DE CONCENTRACIONES}$$

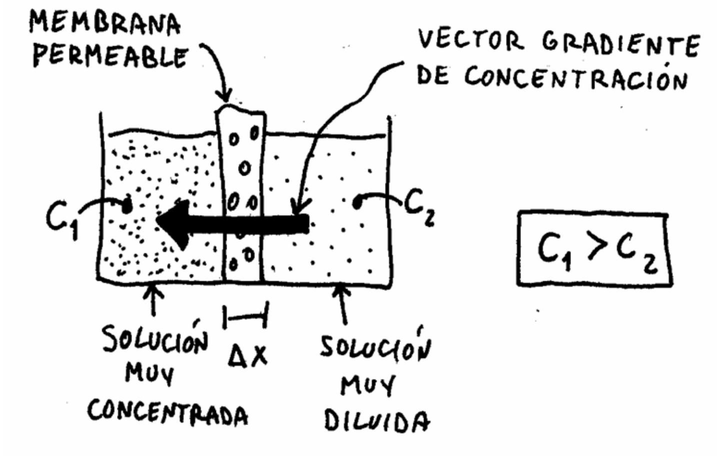
Las unidades de la diferencia de concentración serán moles por litro o kg por litro o alguna otra combinación como moles por cm^3 .

$$[\Delta C] = \frac{moles}{cm^3}$$

⇦ UNIDADES DE LA DIFERENCIA DE CONCENTRACION

A la distancia de separación entre las 2 soluciones se la llama ΔX (delta equis). El ΔX es el espesor de la membrana.

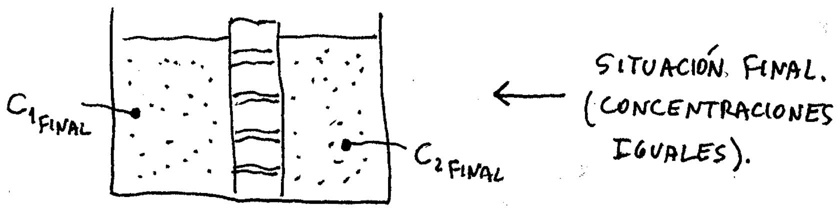
Vamos ahora al asunto del gradiente de concentración. Acá en difusión ellos definen el gradiente de concentración como ΔC dividido ΔX.



Suponiendo que la concentración de la solución C_1 es mayor que la concentración de la solución C_2 , el gradiente de concentración apuntaría hacia la izquierda <-- así .
El vector apunta así ← porque el gradiente de algo siempre va de menor a mayor.
Como la concentración se mide en moles por cm^3 y el espesor se mide en centímetros, las unidades del gradiente de concentración van a ser moles/cm^4.

$$\boxed{\frac{C_1 - C_2}{\Delta X}} \leftarrow \text{GRADIENTE DE CONCENTRACIÓN}$$

Lo que va a pasar ahora es que lentamente el soluto de la solución concentrada C_1 de la izquierda va a ir pasando hacia la derecha. Objetivo ? Ir aumentando la concentración de la solución diluida C_2. Y viceversa, el solvente de la solución diluida C_2 de la derecha va a ir pasando hacia la izquierda para ir disminuyendo la concentración de la solución C_1. (Esto hay que pensarlo un poquito).
Entonces, ahora sí, pregunta: ¿ Cuándo se va a detener el proceso de difusión ?
<u>Rta</u>: Cuando las concentraciones se igualen. Al final C_1 será igual a C_2. Es decir que la situación final será algo así:



<u>EL FLUJO DE SOLUTO VA AL REVÉS DEL GRADIENTE</u> ← LEER

Analicemos lo que pasa con la sal (El soluto). La sal va a ir de la solución más concentrada a la solución menos concentrada. Se producirá un flujo **<u>DE SOLUTO</u>** <u>AL REVES DEL GRADIENTE DE CONCENTRACION</u>.

El gradiente de concentración va a apuntar así : ⟵ y el soluto va a fluir así ⟶.
(Atención, pensar bien esto último).
Entonces, el flujo de soluto siempre va al revés del gradiente. Este concepto es importante.
Atención: A veces en biología ellos suelen definir el gradiente de concentración al revés que nosotros acá en física. Ellos dicen que el gradiente es un vector que va de lo mayor a lo menor. Por eso es que a veces en biología dicen que el flujo va " A FAVOR " del gradiente. (Al final, uno te dice una cosa, el otro te dice otra cosa y el alumno termina sin entender nada).

LEY DE FICK

La formula que me da el flujo de soluto de un lado a otro de la membrana es la ley de Fick. Esta ley me da la cantidad de kg (o moles) de soluto pasan cada segundo de un lado a otro de la membrana.

$$\boxed{\Phi = D\,\frac{C_1 - C_2}{\Delta X}}$$

← LEY DE FICK

FLUJO DIFUSIVO — cte de DIFUSIÓN

La ley de Fick dice que el flujo de soluto que atraviesa la membrana es proporcional al gradiente de concentración. (Delta C sobre delta equis). Todo esto está multiplicado por una constante **D** llamada constante de difusión o constante de Fick. Las unidades de esta constante D son cm^2 / seg o m^2/seg

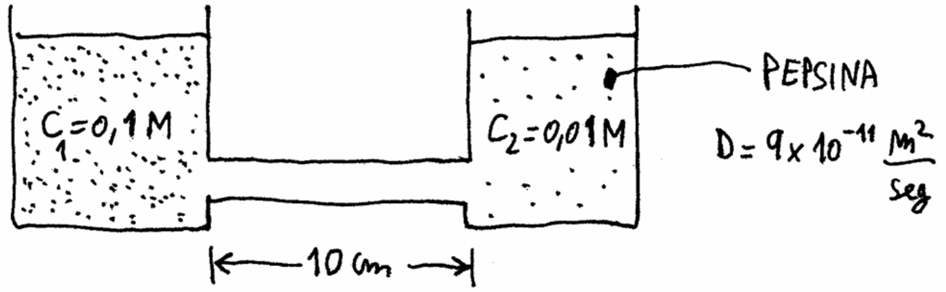
$$\boxed{[\,D\,] = cm^2/seg}$$ ⇦ Unidades de la constante de difusión de Fick

Cada substancia tiene su constante de difusión. **D** no es la misma si difunde azúcar en agua que si difunde sal en agua. Esta constante D también depende de la temperatura a la que se lleva a cabo la difusión. A mayor temperatura, la difusión suele ser más rápida.
Ahora, vamos a esto. Si mirás en los libros vas a ver que delante de la **D** hay un signo menos. Conceptualmente es importante entender el significado del signo menos. El menos se pone para indicar que el flujo de soluto apunta al revés del gradiente de concentración. Pero para resolver los problemas vos poner todo <u>sin</u> signo menos. Solamente hacé la resta $C_1 - C_2$ para que te dé todo positivo. Entonces te queda la fórmula como la puse yo.

EJEMPLO:

EL COEFICIENTE DE DIFUSIÓN DE LA PEPSINA EN AGUA ES 9×10^{-11} m^2/s. DOS RECIPIENTES CON CONCENTRACIONES DIFERENTES DE PEPSINA (0,1 M Y 0,01 M) ESTÁN EN CONTACTO MEDIANTE UN TUBO DE 10 cm DE LONGITUD. ¿ CUANTO VALE EL FLUJO ENTRE AMBOS RECIPIENTES ?

Hagamos un dibujito de los 2 recipientes con el tubo que los conecta.



Planteo la ley de Fick:

$$\phi = D \cdot \frac{C_1 - C_2}{\Delta x}$$

Me dan la constante de difusión en m^2/seg. La paso a Cm^2/seg:

$$D = 9 \times 10^{-11} \frac{m^2}{seg} = 9 \times 10^{-7} \frac{cm^2}{seg}$$

Me queda:

$$\phi = 9 \times 10^{-7} \frac{cm^2}{seg} \cdot \frac{0{,}1\ moles/l - 0{,}01\ moles/l}{10\ cm}$$

$$\Rightarrow \phi = 9 \times 10^{-7} \frac{\cancel{cm^2}}{seg} \frac{0{,}09\ moles}{10\ cm \times 1000\ \cancel{cm^3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = 8{,}1 \times 10^{-12} \frac{moles}{cm^2 \times seg}} \leftarrow \text{FLUJO ENTRE LOS RECIPIENTES}$$

En realidad este flujo que calculé es el flujo **<u>inicial</u>**. Digo inicial porque a medida que pasa el tiempo empiezan a pasar soluto y solvente para un lado y para el otro del tubo. Entonces las concentraciones a cambiar. Entonces también va a cambiar Delta C. Entonces también cambia el flujo.

A veces en los parciales piden "calcular el flujo inicial". Y los chicos dicen: ¿ Por qué inicial ?

<u>DISTANCIA RECORRIDA POR UNA MOLECULA</u>

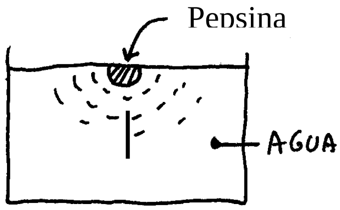
(NOTA: supuestamente este tema lo sacaron. Preguntale a tu profesor si va o si no va). Cuando una cosa difunde sus moléculas recorren cierta distancia en cierto tiempo. La fórmula que me da la distancia recorrida es:

$$x = \sqrt{2 D t}$$

En esta ecuación, x es la distancia recorrida por la molécula, D es la constante de difusión y t es el tiempo transcurrido.

<u>Ejemplo</u>: CALCULAR QUE DISTANCIA RECORRE EN 1 HORA UNA MOLÉCULA DE PEPSINA QUE DIFUNDE EN AGUA.
DATO: $D_{PEPSINA} = 9 \times 10^{-11}\ m^2/s$

Planteo:



$$x = \sqrt{2\,D\,t}$$

$$x = \sqrt{2 \, . \, 9 \, x10^{-7}\ \frac{cm^2}{seg}\ 3600\,seg}$$

➔ <u>X = 0,08 cm</u> 🡐 Distancia que Recorre

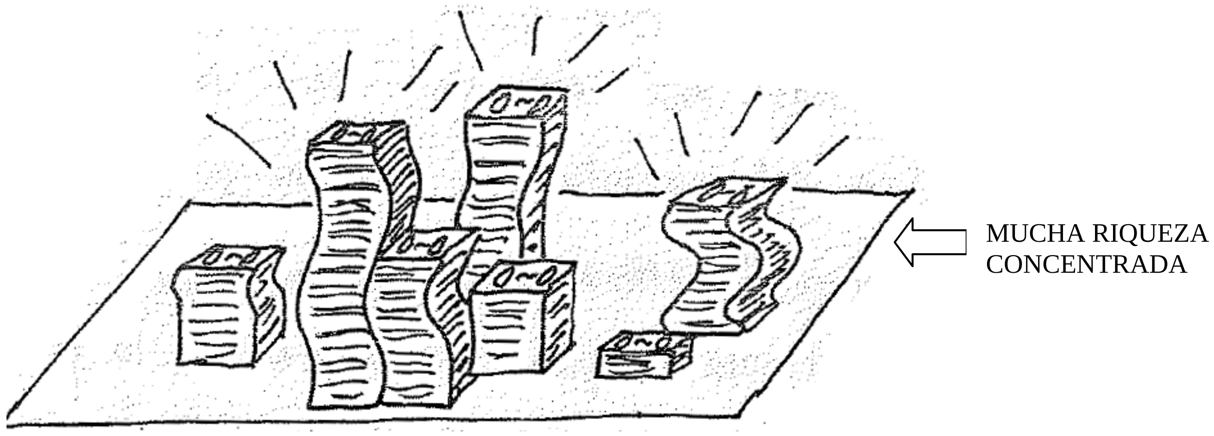
<u>CONCEPTO DE DIFUSIÓN</u> (Sólo para expertos)

El mecanismo de difusión es muy importante en lo que respecta al cuerpo humano y a las células. Las células absorben substancias por difusión. Distribuyen las substancias por difusión. Eliminan subproductos por difusión. (Dióxido de carbono y todo eso).
También se elimina por difusión el nitrógeno de la sangre de los buzos que están mucho tiempo sumergidos. El problema es que la difusión es un proceso lento. Si el buzo sube muy rápido, el nitrógeno puede no alcanzar a salir de la sangre. Se forman burbujas y el tipo puede fenecer. (Esto se llama Narcosis de nitrógeno o borrachera de las profundidades). Muchos buzos murieron hasta que este asunto se descubrió.

La idea de difusión es muy interesante. Vos fijate. Al tirar una gota de tinta en agua, la tinta difunde. O sea, "se esparce" por todo el vaso. La misma idea se usa en la vida diaria cuando usamos la palabra difusión. Se habla de difundir un rumor, de difundir un mensaje de paz, o de difundir las ideas políticas de San Martín. Difundir vendría a ser "tirar algo de manera que ese algo se desparrame por todos lados".
Y hay más. En realidad el fenómeno de la difusión muestra **<u>la tendencia de la naturaleza a igualar</u>**. La naturaleza no quiere que en un lado del vaso haya tinta y en otro lado haya agua. La naturaleza no quiere sal de un lado y agua del otro. La naturaleza quiere que esté todo igual, todo revuelto, todo mezclado. Para lograr eso intenta desparramar la tinta por todo el vaso para que en todos lados haya la misma cantidad. (Desparrama la tinta la sal, o lo que sea).

Políticamente hablando, algunas guerras se generan por difusión. Hay demasiados individuos concentrados dentro de una región. Para países que tengan mucha densidad de población, la guerra es inevitable. Tarde o temprano la gente de ese país cruzará la frontera e invadirá al vecino. Pondrán alguna excusa razonable para justificar la invasión. Pero en realidad la excusa es falsa. La que está obligando a que se produzca la guerra es la naturaleza. La idea de la naturaleza es "diluir" la concentración de gente de un lado de la frontera

El problema de ricos y pobres también es un asunto de difusión. Los ricos tienen mucha plata. Tienen pilones de plata. Tienen lingotes de oro guardados en sus bancos. (Malditos).



Pero cuidado, porque a la naturaleza no le gusta eso. La naturaleza odia que haya gran concentración de riqueza en un solo lugar. La naturaleza quiere sacarle la riqueza a los ricos y distribuirla por igual a todo el mundo.

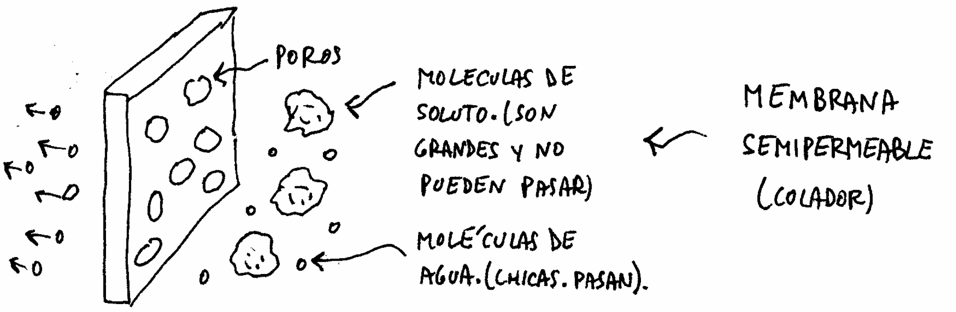
El problema de los robos es una cuestión de difusión. Los ladrones creen que roban porque quieren plata. No es así. Los ladrones roban porque hay demasiada concentración de riqueza en un solo lugar. La naturaleza detesta esto. La naturaleza no quiere millones de dólares concentrados en un banco. La naturaleza quiere agarrar esa plata y sacarla de ahí. Por eso "obliga" a la gente a que vaya y robe.

La naturaleza no quiere diferencias. Quiere igualar. Quiere que todos tengan los mismo. Quiere distribuir todo por igual.
Resumiendo, la naturaleza es comunista.

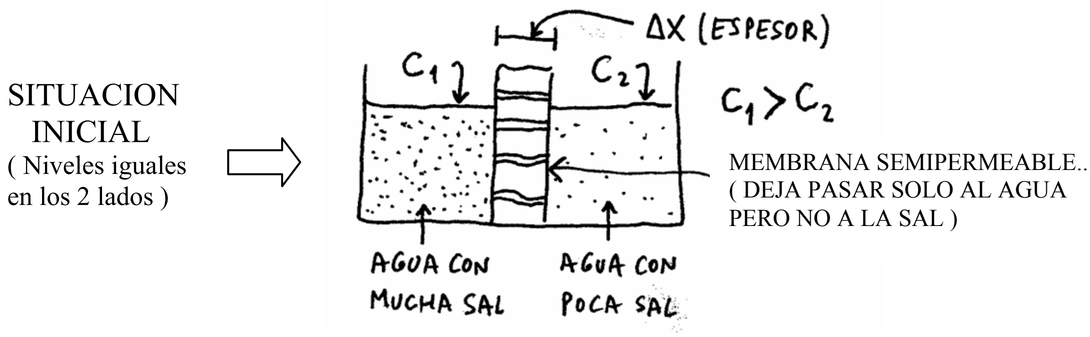
FIN DIFUSION

<u>OSMOSIS</u> - <u>MEMBRANAS SEMIPERMEABLES</u>

Una membrana es semipermeable cuando **<u>deja pasar el solvente pero no el soluto</u>**. Es decir, pasa el agua pero no la sal. Las membranas semipermeables son muy importantes porque están en muchos tejidos vivos. (Células y cosas por el estilo). Tengo ósmosis cuando se produce difusión a través de una membrana **<u>semipermeable</u>**. Repito la idea de membrana semipermeable: El agua puede pasar a través de una membrana semipermeable. Sólidos no pueden pasar.
Resumiendo: una membrana semipermeble es como un colador. Las cosas grandes no pasan (El soluto). Las cosas chicas, pasan. (El agua).



Hago el mismo análisis que hice en difusión: pongo en un recipiente agua con mucha sal de un lado y agua con poca sal del otro. Tengo 2 soluciones de concentraciones C_1 y C_2 Igual que en difusión, supongamos que la solución C_1 está más concentrada que C_2. ($C_1 > C_2$). Para que las 2 soluciones no se mezclen, puse un tabique que divide el recipiente en dos. Ahora ese tabique es una membrana **<u>SEMIPERMEABLE</u>**. Fijate:



Inicialmente las soluciones tienen distinta concentración. Por Ley de Fick, las concentraciones de las 2 soluciones tienden a igualarse. La membrana semipermeable deja pasar sólo al agua pero no a la sal. De manera que va a ir pasando agua desde la derecha (= solución diluida) hacia la izquierda (= solución concentrada). Como sólo puede haber flujo de líquido de derecha a izquierda, el nivel de agua del lado izquierdo va a subir y el nivel del lado derecho va a bajar. Esa especie de impulso de la naturaleza que obliga al líquido a pasar de un lado al otro se llama **<u>PRESIÓN OSMOTICA</u>**. A la presión osmótica se la simboliza con la letra π (PI). (No sé por qué). El valor de la PI se calcula con la Ecuación de Van't Hoff :

$$\boxed{\Pi = (C_1 - C_2)\, R\, T}$$

KELVIN!

← FÓRMULA DE VAN'T HOFF

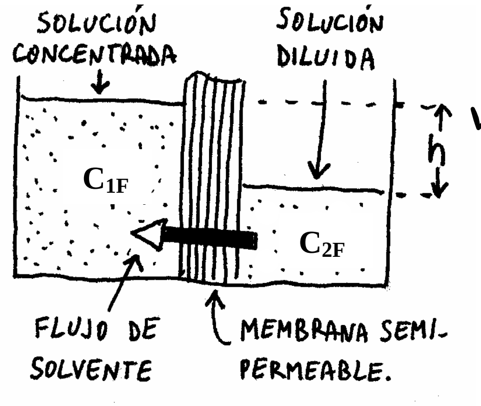
PRESIÓN OSMÓTICA (PI) [Atmósferas]

DIFERENCIA DE CONCENTRACIONES [Moles / Litro]

Cte de los gases

En esta ecuación, $C_1 - C_2$ es la diferencia de concentraciones. Se pone $C_1 - C_2$ o $C_2 - C_1$ Es lo mismo. Lo importante es que dé positivo para que la presión osmótica dé positiva. R es la constante de los gases ideales (= 0,082 litro × atm / Kelvin × mol). **T** es la temperatura absoluta en grados Kelvin. Para sacar la temperatura en Kelvin se suma 273 a la temperatura en grados centígrados. Ejemplo: 20°C son 293 Kelvin. Fijate que la solución concentrada va a ir absorbiendo agua y se va a ir elevando hasta llegar a una altura **h**. Los niveles a cada lado de la membrana van a quedar diferentes. La situación final va a ser algo así:

SITUACION FINAL
(Niveles diferentes)



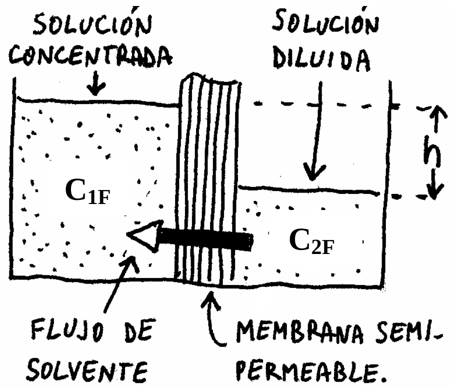
Diferencia de alturas

$C_{1Final} > C_{2Final}$

En el lado izquierdo la solución se va a elevar hasta una altura tal que la presión de esta columna de agua va a igualar a la presión osmótica PI. Cuando eso pasa, la ósmosis se frena. Ya no va a pasar más solvente a través de la membrana.
Entonces: ¿ quién hace que la ósmosis de detenga ?
Rta: La presión que ejerce la columna de agua elevada una altura h.

Entonces la presión osmótica PI también se puede calcular como la presión hidrostática que proviene de la altura de líquido que se elevó la solución concentrada.
La presión hidrostática vale P = δ.g.h. Y este δ.g.h tiene que ser igual a la presión osmótica PI.

Presión = δ.g.h. →



Entonces:

$$\text{Presión osmótica} = \delta.g.h.$$

Si despejo h:

$$\boxed{h = \frac{\text{Presión osmótica}}{\delta \, .g}} \Leftarrow$$

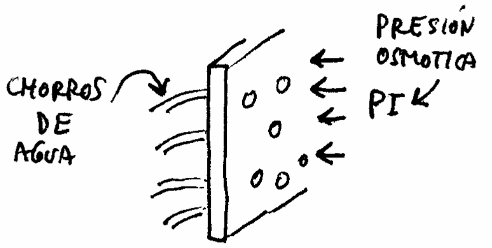
Altura que sube la columna de líquido

En esta ecuación la presión osmótica es el valor que sale de la ecuación de Van't Hoff. (PI). Delta (δ) es el valor de la densidad de la solución. Como las soluciones generalmente están muy diluidas, el valor de δ es directamente el valor de la densidad del agua. Es decir:

$$\delta_{SOLUCION} = \text{Densidad del agua} = 1\ gr/cm^3$$

Aclaremos un poco esto: ¿ Quién provoca la aparición de la presión osmótica ?
Rta: La distinta concentración que tienen las soluciones C_1 y C_2. El flujo de agua es impulsado a pasar de un lado al otro por difusión.

Pregunta: ¿ Hay manera de sentir la presión osmótica ?
Rta: Bueno, tanto como sentirla, no. Pero si miraras microscópicamente la membrana, verías un montón de chorros de agua que vienen de la derecha y pasan a la izquierda. Si pusieras tu mano sobre la membrana y trataras de impedir que estos chorros pasaran, sentirías en tu mano la famosa presión osmótica. Es algo parecido a cuando uno siente la presión del agua de la canilla si trata de tapar el caño con el dedo.



Ahora fijate esto: Las dos soluciones "tenderían" a tener igual concentración. Ojo, fijate que digo " tenderían". Pero la igualación de las concentraciones nunca llega a producirse. ¿ Por qué ? (Ojo con esto).
Rta: Porque ahora los niveles de líquido no están a la misma altura. Al haber diferente altura a cada lado del recipiente, va a haber una presión hidrostática que evita que la ósmosis continúe. Esa presión es la presión que ejerce toda la columna de agua de la izquierda. La presión hidrostática es la que impide que siga pasando agua del lado derecho al lado izquierdo. Esa presión impide que las concentraciones se igualen.

Resumiendo, a medida que pasa el tiempo lo que ocurre en cada lado es esto: Analicemos el lado derecho: parte del agua de la solución diluida C_2 empieza a pasar hacia el lado izquierdo. La solución C_2 pierde agua y se empieza a concentrar. C_2 se va transformando en otra solución ligeramente más concentrada que llamo $C_{FINAL\ 2}$.
($C_{FINAL\ 2} > C_{2\ INICIAL}$).

Analicemos ahora el lado izquierdo: La solución concentrada C_1 recibe el agua que viene de C_2 y se empieza a diluir un poco. La solución C_1 se va transformando en otra solución ligeramente más diluida que llamo $C_{FINAL\ 1}$. ($C_{FINAL\ 1} < C_{1\ INICIAL}$)

El pasaje de agua se frena cuando la altura de la columna C_1 iguala a la presión osmótica que proviene de la diferencia de concentraciones $C_{FINAL\ 1} - C_{FINAL\ 2}$

Quiere decir que en la ecuación de Van't Hoff para calcular la presión osmótica habría que usar las concentraciones C_{FINAL1} y C_{FINAL2}. Pero eso no se hace porque es mucho lio. (No se sabe cuanto valen C_{FINAL1} y C_{FINAL2}).
Entonces, lo que se hace es suponer que C_1 y C_2 no cambian mucho y directamente se calcula la presión osmótica con las concentraciones iniciales C_1 y C_2 .

¿ Tendiste ? Esto es importante. Leelo un par de veces hasta que lo veas bien.

OSMOLARIDAD

La **OSMOLARIDAD** es el Nro de osmoles por litro de solución. Veamos que es un Osmol. Si la solución es No - electrolítica, un Osmol es igual a un mol. Una solución es no – electrolítica cuando no conduce la corriente eléctrica. En este tipo de soluciones el soluto no se disocia en iones. Por ejemplo, el azúcar en solución no se disocia y la solución no conduce la corriente. La solución de azúcar en agua es no - electrolítica. Las soluciones electrolíticas son aquellas donde el soluto se disocia y la solución conduce la corriente. En este caso la osmolaridad se calcula como:

$$\boxed{\text{Osmolaridad} = \text{Molaridad} \times i}$$

Este número " i " vendría a ser como una especie de " coeficiente de disociación ". Por ejemplo, si la solución es cloruro de sodio en agua, tengo esto:

$$NaCl \rightarrow Na^+ + Cl^-$$

Acá el coeficiente de disociación va a ser 2. ¿ Por qué i es 2 ?
Rta: Porque es como si en la solución yo tuviera un mol de iones Na^+ y otro mol de iones Cl^-. Para resolver los problemas, te van a dar la osmolaridad de la solución. Y si no te la dan, te van a dar como dato el valor de " i ".

Resumiendo:
En solución no electrolítica 1 mol es = a un osmol (sacarosa). En soluciones electrolíticas (NaCl) 1 osmol = 2 moles. En soluciones electrolíticas la sal se disocia y hay que multiplicar la fórmula de van't Hoff por un coeficiente " i " . (Coeficiente de Van't Hoff). Generalmente este i = 2 para sales no muy raras. (NaCl.)

$$\boxed{\pi = \mathbf{i}\ (C_1 - C_2)\ .\ R\ .T} \Leftarrow$$ Fórmula de Van't Hoff soluciones electrolíticas

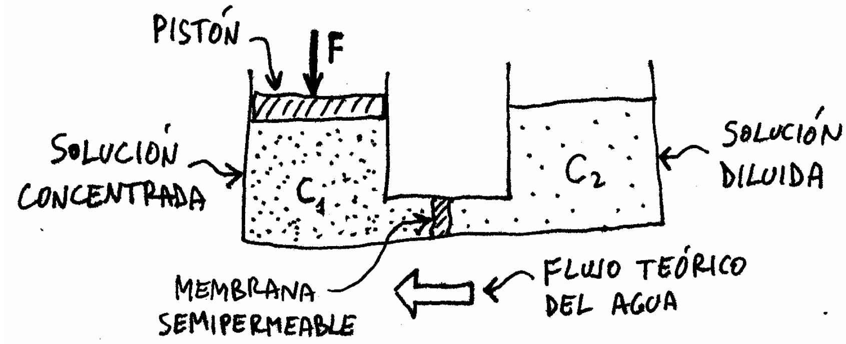
Esta fórmula es la misma fórmula de Van't Hoff pero multiplicada por " i ".

SOLUCIONES ISOTÓNICAS

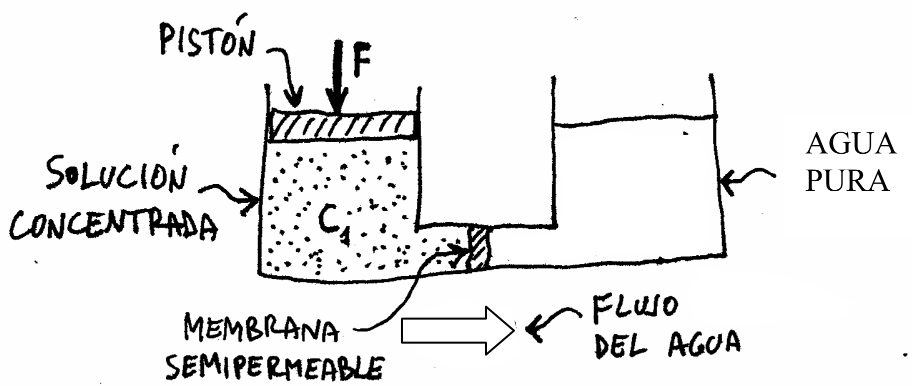
Dos soluciones son isotónicas cuando tiene la misma osmolaridad. Para las soluciones que son no-electrolíticas la molaridad es = a la osmolaridad. (Sacarosa, por ejemplo). Quiere decir dos soluciones no-electrolíticas serán isotónicas cuando tengan la misma concentración. Para las soluciones electrolíticas esto no vale.

OSMOSIS INVERSA

Mirá el dibujo de la figura. Tengo la solución C_1 concentrada y la solución C_2 diluida. El agua desea pasar de C_2 a C_1.



Teóricamente tendría que haber un flujo de agua así ← y la altura de la columna de agua de C_1 se tendría que elevar. Yo puedo impedir que eso pase. Pongo un pistón y ejerzo una fuerza F. Si la fuerza que hago es suficientemente grande, el agua no pasará y la columna de líquido en C_1 no se elevará.
Pregunta: ¿ qué presión tengo que ejercer sobre el émbolo para que el agua no pase ?
Rta: Tengo que ejercer una presión igual a la presión osmótica.
¿ Y si la presión sobre el pistón es menor a la osmótica ?
Entonces un poco de agua pasará al lado izquierdo.
¿ Y qué pasa si ejerzo sobre el cilindro una presión que es **MAYOR** a la osmótica ?
Rta: Bueno, acá viene el asunto. A esto quería llegar. Si la fuerza que vos hacés sobre el pistón es tan grande que superás a la presión osmótica, entonces pasará agua de C_1 a C_2 , es decir, de izquierda a derecha. A esto se lo llama **ósmosis inversa**.



La ósmosis inversa es muy importante porque permite potabilizar agua salada. Los barcos usan ósmosis inversa para sacar agua pura del agua de mar. Lo mismo se hace en el Mar Muerto. También en algunos desiertos. En las guerras se usan equipos potabilizadores para los soldados.

El único problema de la ósmosis inversa es que la presión que se necesita ejercer es muy grande. Hacé la cuenta. La osmolaridad del agua de mar es más o menos de 1 osmol por litro. La contrapresión osmótica que tenés que ejercer te va a dar de alrededor de **24 atmósferas**. Pero aunque la presión sea muy grande, potabilizar agua de mar por ósmosis inversa es terriblemente conveniente. Porque la otra manera de sacarle la sal al agua de mar es evaporarla (destilarla). Para hervir agua de mar y evaporarla, la cantidad de calor que uno tiene que usar es unas 1.000 (mil) veces superior a la cantidad de energía que uno usa para hacer ósmosis inversa.

ENERGIA GASTADA Y POTENCIA CONSUMIDA PARA POTABILIZAR AGUA

Van 2 fórmulas útiles que te pueden servir:

* ENERGÍA PARA POTABILIZAR UN CIERTO VOLUMEN DE AGUA POR ÓSMOSIS INVERSA.

$$\boxed{\text{Energ} = \text{Presión osmótica} \times \text{volumen}}$$

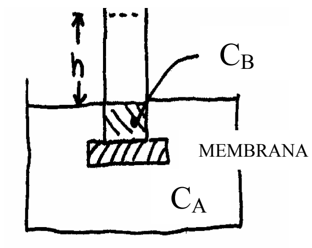
* POTENCIA PARA POTABILIZAR UN CIERTO CAUDAL DE AGUA POR ÓSMOSIS INVERSA

$$\boxed{\text{Pot} = \text{Caudal} \times \text{Presión osmótica}}$$

EJEMPLO:

Se pone una solución de sacarosa de concentración 0,1 moles por litro en un tubo como indica la figura. La parte inferior del tubo tiene agua separada por una membrana semipermeable. Sabiendo que la temperatura es de 20 °C, calcular:

a) - La presión osmótica.
b) - La altura que alcanza la columna de líquido.
c) - La contrapresión osmótica mínima para producir osmosis inversa.
d) - La energía necesaria para potabilizar 1 litro de agua.
e) - La potencia para potabilizar un caudal de 1 litro de agua por segundo.



a) - Hay que aplicar la fórmula de Van't Hoff $\pi = (C_1 - C_2) R.T$

b) Planteo Pres = $\delta.g.h$.

c) La contrapresión osmótica es directamente la presión osmótica PI.

d) Hago: Energ = Presión osmótica × volumen.

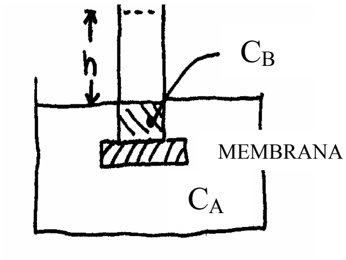
e) Pot = Caudal × Presión osmótica

Si hacés las cuentas te va a dar:

a) – **Rta:** Pi = 2,4 atm = 243.120 Pa
b) – **Rta:** h = 24,3 m
c) – **Rta:** P = 2,4 atm
d) – **Rta:** E = 243 Joules
e) – **Rta**: Pot = 243 watts

Otro Ejemplo:

Se coloca una solución concentrada C_B en un tubo B y se lo rodea por una solución C_A de menor concentración. Se coloca una membrana semipermeable M bajo el tubo y se verifica que en el estado de equilibrio la columna de líquido llega hasta una altura h . Entonces:



a) – Si se aumenta la temperatura de la experiencia, h disminuye.
b) – Si se disminuye la temperatura de la experiencia, h no cambia.
c) – Si la membrana M fuera permeable, la presión osmótica sería menor.
d) – Si la membrana M fuera permeable, la altura h sería menor.
e) - Cuando se llega al equilibrio, la concentración de B todavía será mayor que la de A.
f) – Cuando se llega al equilibrio, la concentración de A habrá disminuido
g) - Cuando se llega al estado de equilibrio, la concentración de B es igual a la de A.
h) – Si se aumenta la concentración C_A y se aumenta la concentración C_B, aumenta la altura h.
i) – Si se disminuyen las concentraciones C_A y C_B , la presión osmótica no cambia.

Rta:
Correcta la e) . Cuando se llega al equilibrio, la concentración de B todavía será mayor que la de A. En teoría las concentraciones tenderían a igualarse, pero la presión de la columna de líquido impide que esto ocurra .

ALGUNAS COSAS INTERESANTES:

* ¿ SE PUEDE VER LA OSMOSIS ?
Se puede. Agarrá una manzana o una zanahoria. Hacé un pocito con una cucharita. Ahora tirá azúcar. En seguida vas a ver que el pocito se empieza a llenar de agua. Explicación: La fruta adentro tiene una solución de sacarosa. De la fruta empieza a salir agua para tratar de diluir el azúcar que vos pusiste.

* SIMILITUD DE LA ECUACION DE VAN´T HOFF CON LA ECUACION DE LOS GASES IDEALES.

La ecuación de Van't Hoff es $\pi = C.R.T$. Pero resulta que C es el Nro de moles dividido el volumen de solución. Es decir que C = n / V. Entonces puedo poner que

$$\pi = (n / V) . R . T$$

$$\Rightarrow \quad \pi . V = n . R . T$$

Ahora, la ecuación $\pi \cdot V = n \cdot R \cdot T$ es la ecuación de los gases ideales. Esto me dice que las moléculas de sal diluidas en agua se comportan de la misma manera que las moléculas de un gas.

* PERMEABILIDAD DE UNA MEMBRANA
En una época tomaban problemas de permeabilidad de una membrana. Se supone que ahora ya no lo toman más. Para resolverlos hay que aplicar la fórmula:

$$Perm = \Phi / \Delta C$$

En esta fórmula Fi es el flujo difusivo y ΔC es la diferencia de concentraciones $C_1 - C_2$

* APRENDER POR OSMOSIS
La ósmosis es un fenómeno que ocurre solo. Uno se puede preguntar: ¿ Quién empuja al agua para que pase al otro lado de la membrana ?
La respuesta es: " nadie ". Nadie empuja. La ósmosis ocurre espontáneamente, sin que nadie haga nada. De acá nació la frase: "No se puede aprender por ósmosis".
Es decir, para aprender hay que estudiar. No se aprende algo sin hacer esfuerzo.

* EL ASUNTO DE LA SAVIA DE LOS ÁRBOLES
Como sabrás, la savia de los árboles llega hasta la copa. Este fenómeno es bastante raro porque algunos árboles son muy altos. (50 m y más). De manera que surge la pregunta: ¿ quién empuja a la savia para que llegue arriba ?
Parece que la respuesta está en la ósmosis. (Digo " parece " porque hasta donde yo sé, todavía no se ha develado el misterio del todo).

* ¿ SE PUEDE TOMAR AGUA DESTILADA ? ¿ Y AGUA DE MAR ?
A veces la gente pregunta ¿ Es cierto que tomar agua destilada hace mal ?
¿ Por que la gente que queda aislada en botes salvavidas no puede tomar el agua de mar ? ¿ Hace mal acaso ?
Esta pregunta la vas a tener que contestar vos solo. Vos sos médico, no yo. (Pensalo)

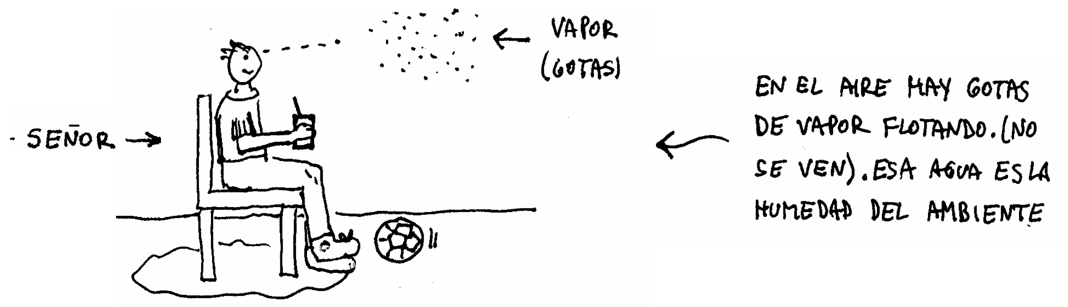
* GLÓBULOS ROJOS QUE SE EXPLOTAN SI SE LOS PONE EN AGUA.
Si ponés un glóbulo rojo en agua suele hincharse y explotar. Esto pasa por ósmosis. El agua de afuera empieza a entrar intentando diluir la concentración de sal que hay adentro del glóbulo rojo. Así que el glóbulo se empieza a hinchar hasta que explota.

* LA MUERTE DE LA BABOSA.
Si le tirás sal a una babosa asquerosa, la matás. ¿ Podrías explicar por qué ?

HUMEDAD RELATIVA

ALGO FLOTA EN EL AMBIENTE

Mirá el aire que te rodea. Parece ser solo aire, pero en realidad también tiene vapor de agua. Ese vapor no se ve, pero flota en el ambiente. Está en forma de gotitas muy chiquitas. Si pudieras retorcer el aire y escurrirlo como un trapo verías que caen gotas de agua. Esa agua que tiene el aire en forma de vapor se llama **HUMEDAD**.



La humedad del aire es importante porque causa problemas a las personas. Mucha humedad molesta. Poca humedad también molesta. La humedad trae otros inconvenientes. Por ejemplo, a la gente que tiene reuma o problemas en los huesos. También hay cosas que son sensibles a la humedad. En los museos de arte tienen que controlar el ambiente para que los cuadros no se resquebrajen por la baja humedad. Y también que no anden chorreando agua por alta humedad.

Algo parecido pasa en lugares donde se almacenan libros o papeles importantes. También se controla la humedad en las salas con computadoras y donde se fabrican chips. Con mucha humedad el piso está patinoso y la ropa no se seca. La humedad es molesta y trae problemas. El calor también es molesto, pero lo que mata es la humedad.

Vamos ahora a las definiciones y a las fórmulas.

HUMEDAD ABSOLUTA (No se usa)

Agarro una habitación. Esa habitación contiene cierto volumen de aire. Ese volumen de aire tiene cierta cantidad de vapor flotando en él.

La cantidad de agua en forma de vapor que tiene cada metro cúbico del aire de la habitación se llama **humedad absoluta**. Para calcular la humedad absoluta lo que se hace es ver cuánta masa de vapor hay en un cierto volumen de aire. Es decir :

$$H.A. = \frac{M_{vap}}{V_{aire}}$$

Masa de vapor que Hay en el aire [Kg]

volumen del aire de la habitación (m³)

HUMEDAD ABSOLUTA

En esta fórmula **m** $_{\text{vapor}}$ es la masa de agua en forma de vapor que tiene el aire. Va en gramos o en kg. **V**$_{\text{Aire}}$ es el volumen de aire del recipiente o de la habitación que te dan. Va en m^3.

Ejemplo: Si vos estás en una habitación que tiene 50 m^3 y en esa habitación hay 500 gr de agua en forma de vapor, la humedad absoluta será :

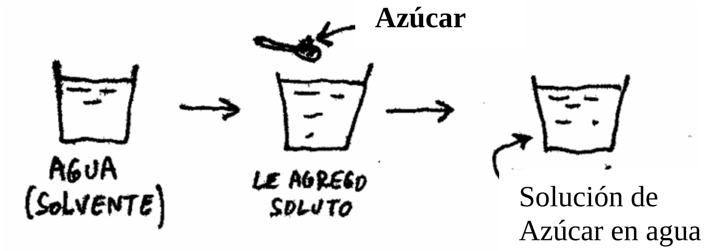
$$H.A. = \frac{500\ g}{50\ m^3} \Rightarrow$$

$$H.A. = 10\ gr/m^3$$

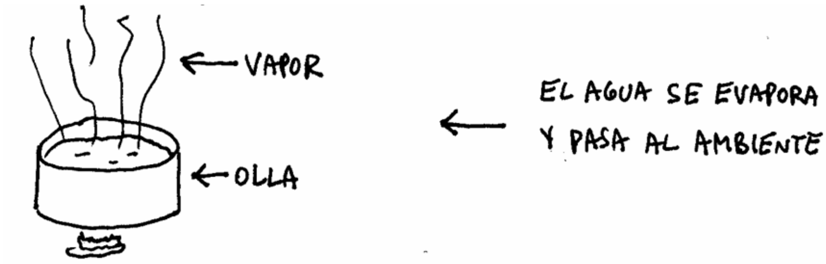
Este resultado se interpreta diciendo que cada metro cúbico de aire tiene 10 gramos de vapor flotando en él. Ahora, el número " 10 gr de vapor/m^3 " no dice mucho. A uno no le sirve saber si el aire contiene 1 gramo de vapor o 10 gramos de vapor por $metro^3$. Por eso este asunto de la humedad absoluta se usa poco. Entonces vamos a la otra manera de definir la humedad que tiene el aire que es la humedad relativa. Humedad relativa es el concepto importante que hay que saber.

HUMEDAD RELATIVA (atento)

Supongamos que vos tenés un vaso de té. Le ponés azúcar y revolvés. El azúcar se disuelve. Le ponés más azúcar y revolvés. El azúcar se sigue disolviendo. Así uno puede seguir un rato pero no mucho más. Llega un momento en que si uno sigue poniendo cucharadas, el azúcar ya no se disuelve más. El té no soporta que le pongas más azúcar. La solución está saturada y el azúcar precipita.



Algo parecido pasa con el aire. Supongamos que vos estás en una habitación donde el aire está totalmente seco. Ese aire no tiene nada de vapor de agua disuelto. Ahora ponés una pava al fuego y el agua empieza a hervir. El vapor empieza a salir y pasa a flotar en el aire de la habitación. La cantidad de humedad en la habitación empieza a aumentar. Así uno puede seguir un rato largo. Puede poner 30 ollas al fuego y el vapor seguirá saliendo y mezclándose con el aire de la habitación. Todo el tiempo la humedad de la habitación va a ir aumentando.



¿ Durante cuánto tiempo puedo hacer esto ?
Rta: Bueno, uno puede tirar vapor durante todo el tiempo que quiera. Pero llega un momento en que el aire de la habitación no acepta más vapor de agua. El aire no puede absorber más vapor. Está saturado.
¿Qué pasa entonces si uno sigue dejando la olla hirviendo y el vapor sigue saliendo?
Rta: No pasa nada. Simplemente como el aire no puede absorber más vapor, todo el vapor adicional que va saliendo se condensa. Se deposita en forma de agua en las paredes de la habitación. Digamos que el vapor " precipita ".
Esto se ve cuando uno se baña. Las paredes se mojan, el espejo se empaña, etc.

La idea es esta: Uno no puede poner " INFINITA " cantidad de azúcar en el té. Hay una máxima cantidad que se puede poner. Si ponés más, el resto no se disuelve. Decanta. Precipita. Con el aire pasa algo parecido. Hay una máxima cantidad de vapor que puede contener el aire. Si le pongo más vapor, el vapor en exceso "precipita", podríamos decir.

FORMULAS PARA CALCULAR LA HUMEDAD RELATIVA

Haciendo estudios, los cráneos se dieron cuenta que lo que molesta a los seres humanos no es la humedad absoluta sino la humedad relativa. Es decir, no la masa de vapor que contiene 1 m^3 de aire sino la cantidad de vapor que tiene el aire comparada con la máxima masa de vapor que podría llegar a contener.

Esto significaría lo siguiente: Supongamos que yo tengo en el aire de mi habitación 10 gr de vapor por metro cúbico. Y supongamos que veo que la máxima masa de vapor que puede contener el aire es de 20 gr por m^3. (Si pongo más vapor, precipita). Quiere decir que la humedad que estoy teniendo es la mitad de la MAXIMA que el aire podría llegar a contener. Significa que la Humedad Relativa es del 50 %.
¿ Ves como es la cosa ? Entonces:

Humedad Relativa (H.R.): Es la cantidad de vapor que tiene el aire comparada con LA MAXIMA CANTIDAD DE VAPOR QUE PODRIA LLEGAR A CONTENER

⇦ **HUMEDAD RELATIVA**

Fijate como calculo la Humedad Relativa

$$H.R. = \frac{\text{masa de vapor que hay en el aire}}{\text{Máxima masa de vapor que el aire puede llegar a contener}} \times 100$$

En la práctica esto se pone directamente así:

$$H.R. = \frac{m_{vap}}{m_{vap\,máx}} \times 100 \quad \leftarrow \text{HUMEDAD RELATIVA}$$

En esta fórmula m_{vapor} es la masa de vapor real que tiene el aire. Masa de vapor máxima es la masa de vapor que contiene el aire cuando ese aire está saturado de vapor. También se la llama o $m_{vapor\ Saturado}$. Entonces $m_{vapor\ Saturado}$ es la **MAXIMA** masa de vapor que el aire puede llegar a contener.
Toda la fórmula se multiplica por 100 para tener los valores en porcentaje. Así la frase: Hoy la Humedad Relativa es del 50 % de significa: La humedad que contiene el aire en este momento es el 50 % de la máxima que podría llegar a contener.

Entonces, la humedad relativa me dice que tan saturado de vapor está el aire. Si la humedad relativa es 100 %, eso quiere decir que el aire contiene la máxima masa de gotitas de vapor que podría llegar a contener. Con 100 % de humedad el aire está lleno de vapor al máximo. Está saturado de vapor. No acepta más vapor. Si le tratás de meter más vapor, condensa.

DOS PREGUNTAS

Pregunta 1 : ¿ Puede ser CERO la humedad relativa ?
Rta: Puede. Si la humedad relativa es CERO, quiere decir que no hay nada de vapor disuelto en el aire. En la práctica eso es difícil que pase. O sea, lo podés hacer en un laboratorio, pero sería difícil encontrar un lugar donde el aire no tenga absolutamente nada de humedad. Tal vez en un desierto la humedad relativa llegue a ser 1 o 2 %, pero no mucho menos. En Buenos Aires la humedad relativa rara vez baja del 40 %.

Pregunta 2 :¿ Puede ser 100 % la humedad relativa ?
Rta: Puede. Si la humedad relativa es del 100 %, quiere decir que la humedad que hay en el aire es la máxima posible. El aire está saturado de humedad. Si tirás más vapor a la atmósfera en ese momento, ese vapor condensará. (= Se pegará a las paredes).
Suele haber 100 % de humedad cuando llueve mucho tiempo seguido. También cuando te bañás y no dejás ninguna ventana abierta.

OTRA FORMULA PARA CALCULAR LA HUMEDAD RELATIVA (Esta sí)

El vapor que está disuelto en el aire se comporta como si fuera un gas ideal. Quiere decir que para ese vapor se puede usar la ecuación p.v = n.R.T. Voy a despejar la masa de vapor y la masa de vapor saturado de la ecuación p.v = n.R.T. Me queda:

$$P_{vap}\,V = m_{vap}\,R\,T$$

$$P_{vap\,sat}\,V = m_{vap\,sat}\,R\,T$$

Ahora divido las dos ecuaciones:

$$\frac{P_{vap}\,\cancel{V}}{P_{vap\,sat}\,\cancel{V}} = \frac{m_{vap}\,\cancel{RT}}{m_{vap\,sat}\,\cancel{RT}} \Rightarrow \frac{m_{vap}}{m_{vap\,sat}} = \frac{P_{vap}}{P_{vap\,sat}}$$

Ahora, n_{vapor} y $n_{vapor\ saturado}$ son los Nros de moles. Pero el Nro de moles es proporcional a la masa. De manera que el valor $n_{vapor}/n_{vapor\ saturado}$ es proporcional a $m_{vapor}/m_{vap\ sat}$ Entonces reemplazo esto en la ecuación de la humedad relativa:

$$H.R. = \frac{m_{vap}}{m_{vap\,MÁX}} \times 100 \Rightarrow$$

$$\boxed{H.R. = \frac{P_{vap}}{P_{vap\,sat}} \times 100}$$

← OTRA FORMA DE CALCULAR LA H.R.

Tenés que prestarle atención a esta ecuación porque <u>es la que más se usa para resolver los problemas</u>. En esta fórmula P_{vapor} es la presión de vapor que tiene el aire. $P_{vap\ Sat}$ es la presión de vapor que contiene el aire cuando ese aire está saturado de vapor.

O sea, el valor $p_{vapor\ Saturado}$ es la MAXIMA presión de vapor que el aire puede llegar a contener. Acá también toda la fórmula se multiplica por 100 para tener los valores en porcentaje.

El valor de $P_{vapor\ saturado}$ depende de la temperatura. Todos esos valores están puestos en una tabla y se sacan de ahí. Ahora te lo voy a explicar.

<u>Nota</u>: Yo pongo la humedad relativa como H.R. A veces se usan letras raras como φ (Fi) o ψ (Psi).

<u>TABLA DE PRESION DE VAPOR SATURADO</u>

La presión del vapor saturado depende de la temperatura del aire en ese momento. Esos valores de presión de vapor saturado se midieron y se pusieron en una tabla. Cuando vos tenés que usarlos en un problema, directamente vas a la tabla.

TEMPERATURA °C	PRESION DE VAPOR SAT kPa
0 °C	0,61 kPa
5 °C	0,87 kPa
10 °C	1,23 kPa

15 °C	1,70 kPa
20 °C	2,33 kPa
25 °C	3,17 kPa
30 °C	4,24 kPa
35 °C	5,62 kPa
40 °C	7,38 kPa
45 °C	9,59 kPa
50 °C	12,35 kPa

← TABLA DE VAPOR SATURADO. DE ACÁ SALE EL VALOR DE $P_{Vap\ Sat}$ QUE VA EN LA FORMULA

Por ejemplo, si T= 15 °C, la $p_{vapor\ Saturado}$ es 1,70 kPa. De esta tabla tenés que sacar una conclusión importante:

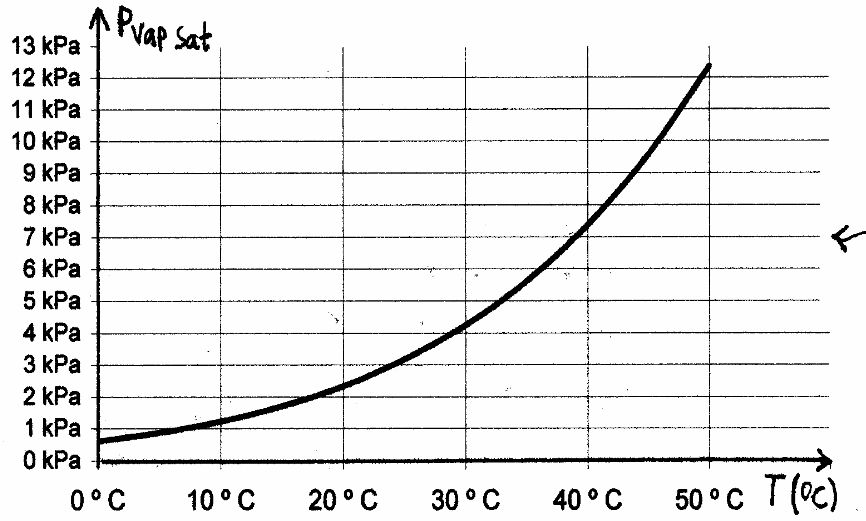
LA PRESIÓN DE VAPOR SATURADO AUMENTA AL AUMENTAR LA TEMPERATURA

← VER ESTO

Esto es sinónimo de decir: La cantidad de vapor que puede contener el aire aumenta al aumentar la temperatura.
Dicho de otra manera: En este momento en el lugar donde estás, hay cierta cantidad de gotitas de vapor flotando en el aire. Pongamos que sean 1 millón. Supongamos que para lograr que la humedad llegue al 100 % vos todavía puedas agregar otro millón de gotitas. Ahora, si vos subieras la temperatura del lugar donde estás, tendrías que agregar más de un millón de gotitas para llegar a saturar el aire con vapor.
Mirá bien la tabla de vapor saturado porque la vas a usar.

GRAFICO DE PRESION DE VAPOR SATURADO

Con los valores de la tabla de presión saturada se puede hacer un gráfico. En este gráfico se ve bien el aumento de la presión de vapor saturado con la temperatura:

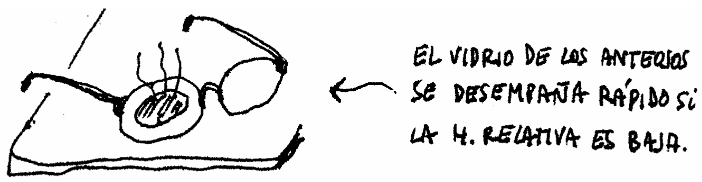


← GRÁFICO DE PRESIÓN DE VAP SATURADO

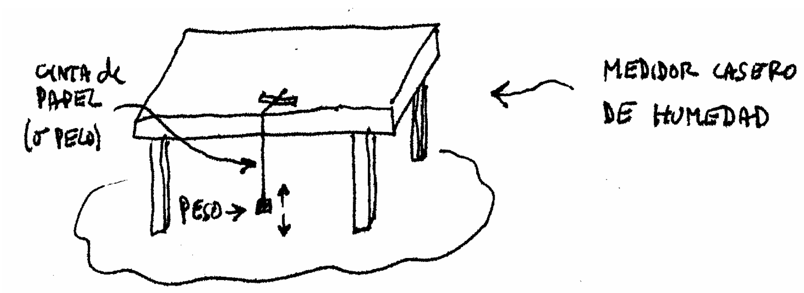
Uno también puede sacar los valores de la presión del vapor saturado de este gráfico, pero es más exacto usar la tabla.

¿ COMO SE MIDE LA HUMEDAD RELATIVA ?

Se mide con unos aparatitos llamados higrómetros. En la práctica vos podés tener una idea de la humedad relativa que hay en este momento haciendo lo siguiente: Agarrá un vidrio o un espejo y empañalo con aliento. (Por ejemplo, el vidrio de un anteojo). Si se desempaña rápido, la humedad relativa es baja. Si tarda en desempañarse, la humedad relativa es alta.



¿La ropa tarda en secarse? Quiere decir que la humedad relativa es alta. También podés mirar los posters de las paredes. El papel se estira con la humedad. Si ves que el poster está flojo y hace una panza, la humedad relativa es alta. (El papel se estiró). El pelo humano también es muy sensible a la humedad. Podés hacer un medidor de humedad relativa colgando un pelo bien largo con un peso abajo y mirando cuánto se estira. (O sea, hay que ir viendo el estiramiento hora a hora).



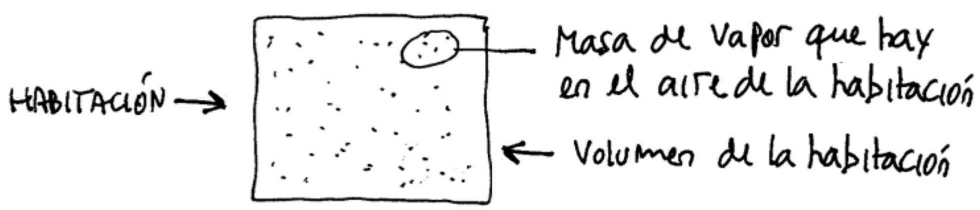
También podés darte cuenta los días que hay baja humedad relativa porque las cosas dan patada. Tocás la pata de una silla y da patada. Tocás la manija del auto y da patada. También el carrito del supermercado. Incluso puede saltar una chispa al tocar al perro, al tocar a otra persona o al sacarte el pulóver.

EJEMPLO

EN UNA HABITACION DE 30 m^3 LA TEMPERATURA ES DE 30 ºC Y LA HUMEDAD RELATIVA ES DEL 60 %. CALCULAR:

a) – LA PRESIÓN DE VAPOR SATURADO
b) - LA PRESIÓN DE VAPOR EN EL AIRE EN ESE MOMENTO
c) – LA MASA DE VAPOR QUE HAY EN LA HABITACION
d) – LA MAXIMA MASA DE VAPOR QUE PODRÍA LLEGAR A TENER LA HABITACION
e) – LA HUMEDAD ABSOLUTA

Veamos. Tengo la habitación de 30 m^3 en donde hay una humedad relativa de 60 %.



TEMPERATURA °C	PRESION DE VAPOR SAT kPa
20 °C	2,33 kPa
25 °C	3,17 kPa
30 °C	4,24 kPa
35 °C	5,62 kPa

a) - Me dicen que la temperatura es de 30°C. Entonces voy a la tabla de vapor y saco la presión de vapor saturado. Me da:

$\rightarrow P_{VAP\ SAT} = 4,24\ kPa$

b) – Saco la presión del vapor que está en el aire en ese momento:

$$H.R = \frac{P_{vap}}{P_{vap\ sat}} \times 100 \Rightarrow 60\ \% = \frac{P_{vapor}}{4,24} \times 100$$

$\rightarrow P_{VAP} = 0,6 \times 4,24\ kPa$

$\rightarrow \underline{P_{VAP} = 2,54\ kPa}$

Entonces la presión del vapor que está en el aire en ese momento vale $P_{VAP} = 2,54$ kilo Pascales

c) – Para calcular la masa de vapor que hay en la habitación en ese momento hago:

$$P_{vap}\, V = m_{vap}\, R\, T$$

$\rightarrow 2,54\ kPa \times 30\ m^3 = n_{VAP} \times 0,082\ litro \times atm / K \times mol \times 303\ K$

$\rightarrow 2,54\ kPa \times 30.000\ litros = n_{VAP} \times 0,082\ litro \times 101,3\ kPa / K \times mol \times 303\ K$

$\rightarrow n_{VAP} = 30,27\ moles$

La masa molecular del agua es 2 x 1 + 16 = 18 gramos. Entonces:

$\rightarrow$ **$\underline{m_{VAP} = 545\ gramos}$** ← Masa de vapor

d) - La máxima masa de vapor que puede contener el aire es la masa de vapor saturado. Para calcularla puedo hacer la cuenta:

$$P_{vap_{sat}}\, V = m_{vap_{sat}}\, R\, T$$

Tendría que hacer la misma cuenta choclaza que hice en el punto c). Me da:

$4,24\ kPa \times 30.000\ litros = n_{VAP} \times 0,082\ litro \times 101,3\ kPa / K \times mol \times 303\ K$

$\rightarrow n_{VAP} = 50,54\ moles$

$\rightarrow$ **$\underline{m_{VAP} = 910\ gramos}$** ← Masa de vapor

e) – La humedad absoluta es:

$$H.A = \frac{m_{vap}}{Vol_{Aire}}$$

Entonces:

$$H.A. = \frac{545\ gr}{30\ m^3}$$

➔ **$\underline{H.A. = 18{,}17\ gr/m^3}$** ← HUMEDAD ABSOLUTA

<u>CALENTAR SECA, ENFRIAR HUMEDECE</u> ← VER

Suponé que hace 30 °C y hay 60 % de Humedad relativa. Según la tabla, la presión de vapor saturado en ese momento es de 4,24 kPa. Saco la presión del vapor :

TEMPERATURA °C	PRESION DE VAPOR SAT kPa
20 °C	2,33 kPa
25 °C	3,17 kPa
→ 30 °C	4,24 kPa
35 °C	5,62 kPa

$$H.R = \frac{P_{vap}}{P_{vap\ sat}} \times 100 \Rightarrow 60\ \% = \frac{P_{vapor}}{4{,}24} \times 100$$

➔ P_{VAP} = 2,54 kPa

Entonces la presión del vapor que está en el aire en ese momento vale P_{VAP} = 2,54 kilo Pascales. Ahora, fijate: ¿ Qué pasa si de golpe la temperatura del aire empieza a bajar ?

Bueno, esto hay que pensarlo un poco. Si la temperatura baja, la humedad relativa va a subir. ¿ Por qué pasa esto ?

<u>Rta</u>: Eso pasa porque al bajar la temperatura, la presión del vapor sigue siendo 2,54 kPa. Pero la presión del vapor saturado **<u>NO</u>**. La presión del vapor saturado cambia porque cambia con la temperatura. (Mirá la tabla).

Si por ejemplo, la temperatura pasa de 30 °C a 25 °C, la Humedad relativa subirá y estará cerca del 80 %. Si la temperatura baja hasta los 23 °C, la humedad ya será del 90 %.

De acá sacamos un razonamiento que ha salvado a numerosos alumnos en parciales y finales. Este razonamiento es:

AL CALENTAR UNA MASA DE AIRE, LA HUMEDAD RELATIVA DE ESE AIRE DISMINUYE. AL ENFRIAR UNA MASA DE AIRE, LA HUMEDAD RELATIVA DE ESE AIRE AUMENTA. ← VER ESTO

Vamos a un ejemplo. Este es un problema que saqué de un parcial. (Un choice)

Se encierra aire del ambiente en una botella que se coloca, tapada, en una heladera. Cuando la botella se enfríe unos grados ¿ Qué ocurrirá con la humedad absoluta y la humedad relativa del aire de la botella ?
a) - La absoluta aumenta y la relativa disminuye
b) - La absoluta disminuye y la relativa aumenta

c) - Ambas permanecen constantes
d) - La absoluta se mantiene y la relativa aumenta
e) - La absoluta se mantiene y la relativa disminuye
f) - Ambas aumentan
g) - Ambas disminuyen

Hay que pensarlo un poco. La humedad absoluta es la masa de vapor dividido el volumen de aire. La masa de vapor no se modifica al enfriar o al calentar la botella. En cambio la humedad relativa cambia al enfriar o al calentar. Para resolver el problema podemos usar 2 caminos:

1 – Uso la frase salvadora, calentar seca, enfriar humedece. Como estoy enfriando el aire de la botella, la humedad relativa tiene que aumentar.

2 – Lo razono con la fórmula de humedad relativa: La presión de vapor saturado cambia al cambiar la temperatura. Si t aumenta, P de vap saturado también aumenta. Mirá la fórmula:

$$H.R. = \frac{P_{vap}}{P_{vap\,sat}} \times 100$$

P de vap saturado está dividiendo. Quiere decir que si P de vap saturado disminuye, la H.R. aumenta.

Respuesta correcta: d ⇒ La Humedad absoluta se mantiene y la Humedad Relativa aumenta.

<u>TEMPERATURA DE ROCIO</u> (No hay fórmula) ← OJO

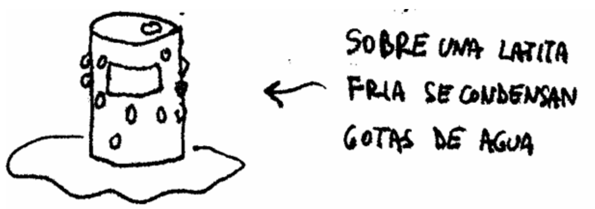
Retomo el ejemplo anterior. Tengo una habitación donde hace 30 °C y la humedad relativa es del 60 % . ¿ Que pasa si la temperatura empieza a bajar ?
<u>Rta</u>: Bueno, la Humedad Relativa va a empezar a subir. Si hacés la cuenta, a 25 °C la humedad será del 80 %. A 23 °C será del 90 %. A 21 °C ya será del 100 %.
Ahora: ¿ Que pasa si la temperatura desciende **<u>POR DEBAJO</u>** de los 21° C ?
<u>Rta</u>: Bueno, la humedad relativa no puede ser superior al 100 %. El aire no puede contener tanta humedad. Entonces parte del vapor que hay en la habitación se va a condensar. PRECIPITARÁ. Empezarán a caer al suelo gotas en forma de rocío. La temperatura a la que esto ocurre se llama justamente **<u>TEMPERATURA DE ROCIO</u>**. Para el caso que yo estoy dando acá, esos 21°C son la temperatura de Rocío.

<u>NO</u> hay fórmula para calcular la temperatura de rocío. La temperatura de rocío se calcula con la tabla para cada problema en particular. ← IMPORTANTE

EJEMPLOS DE TEMPERATURA DE ROCIO

En el verano hace mucho calor y mucha humedad. Pero a la tarde suele refrescar. La temperatura baja. Entonces muchas veces la temperatura baja por debajo de la temperatura de rocío. En ese caso, el aire empieza a soltar su humedad. Ya no puede contener tanta cantidad de vapor de aire a esa temperatura. ¿ Conclusión ? Empieza a caer una fina niebla. A esa niebla se la llama justamente rocío.

Podés ver el rocío sobre el pasto o sobre el techo de los autos. El techo suele estar frío y hace que la humedad del aire condense. También podés ver el rocío al sacar una latita de la heladera. Sobre la latita fría se empiezan a formar un montón de gotas. Esas gotas " no son de la latita ". Son parte de la humedad del aire que condensa al tocar la superficie fría de la lata.



Si respirás frente a un espejo, el espejo se empaña. Es el mismo asunto. El aire que sale de los pulmones tiene mucha humedad. Al tocar el espejo frío, la humedad se condensa. Este método se usaba antiguamente para ver si una persona estaba viva. Se ponía un espejo frente a la boca. Si el espejo se empañaba, el tipo estaba vivo. Si el espejo no se empañaba...

Atención, el rocío cae si la humedad en el ambiente es muy elevada y la temperatura de golpe baja. Si no, no hay rocío.
Por ejemplo, en los desiertos la humedad relativa es muy - muy chica. Por eso, pese a que a la noche la temperatura baja mucho, no se forma rocío. Una latita de cerveza bien fría sacada de la heladera no va a "transpirar" en el desierto del Sahara.

EJEMPLO

CALCULAR LA TEMPERATURA DE ROCIO UN DIA EN QUE LA HUMEDAD RELATIVA ES DEL 50% Y LA TEMPERATURA ES 25°C

Voy a la tabla. Entro con T = 25 °C y saco la presión de vapor saturado. Me da 3,17 kPa. Planteo :

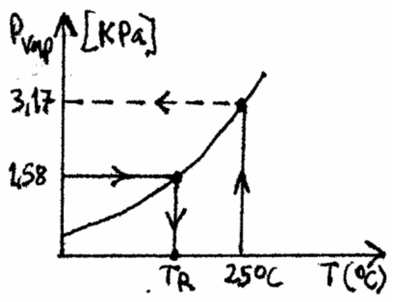
TEMPERATURA °C	PRESION DE VAPOR SAT kPa
20 ° C	2,33 kPa
25 ° C	3,17 kPa
30 ° C	4,24 kPa
35 ° C	5,62 kPa

$$H.R = \frac{P_{vap}}{P_{vap\ sat}} \times 100$$

$$\Rightarrow \quad 50\ \% = \frac{P_{vapor}}{3{,}17} \times 100$$

$\rightarrow P_{VAP} = 1{,}58$ kPa

Fijate ahora como saco la Temperatura de Rocío. Hagamos un dibujito:



TEMPERATURA °C	PRESION DE VAPOR SAT kPa
0 °C	0,61 kPa
5 °C	0,87 kPa
10 °C	1,23 kPa
15 °C	1,70 kPa

Miro en la tabla (o en el gráfico) a qué valor de temperatura corresponde una presión de vapor saturado de 1,58 kPa. Me da más o menos 13 ºC. entonces:

$$\underline{T_{ROCIO} = 13\ ^{\circ}C}$$

Repito: Fijate que **no hay fórmula para sacar la temperatura de rocío**. Hay que ir a la tabla y fijarse. (La tabla o el gráfico)

UN PROBLEMA DE PARCIAL

La presión de vapor saturado es 0,0418 atm a 30 ºC y 0,0230 atm a 20 ºC. Si a 20ºC la humedad relativa de una masa de aire es del 90%, ¿ cuánto valdrá la H.R. a 30ºC ?

Uso la fórmula de humedad relativa: $H.R = \frac{P_{vap}}{P_{vap\ sat}} \times 100$

Fijate que me dan la presión de vapor en atmósferas. Pero es lo mismo. Las unidades no importan. Para calcular la Pvap real a 20 ºC hago: $P_{vap(20\,°C)} = 0{,}9 \times 0{,}023$ Atm ➔ $P_{vap(20\,°C)} = 0{,}0207$ atm. La presión de vapor cambia algo con la temperatura. Pero ese pequeño cambio puede no tomarse en cuenta. Para calcularlo tendría que haber calculado $P_{vap\,(30\,°C)}$ con $P_F / T_F = P_0 / T_0$. Pero me hubiera complicado la vida porque la diferencia es muy chica. Entonces considero que la Pvap a 30ºC es la misma que a 20 ºC.

$$\Rightarrow P_{vap(30\,°C)} = 0{,}0207 \text{ atm}$$

Sé que $P_{vap(30°C)} = 0{,}0207$ atm y $P_{vap\,SAT} = 0{,}0418$ atm. (Lo dicen ellos en el enunciado). Entonces calculo la Humedad Relativa a 30ºC haciendo la cuenta:

$$H.R_{(30\,°C)} = \frac{P_{vapor}}{P_{vap\ sat}} \times 100$$

$$H.R. = \frac{0{,}0207 \text{ Atm}}{0{,}0418 \text{ Atm}} \times 100$$

$$\Rightarrow \quad \underline{H.\ R. = 49{,}5\,\%}$$

UNAS ULTIMAS COSAS

* Fijate que la Humedad relativa no tiene unidades. Se la mide en "porciento"

* La transpiración de los seres humanos, ¿ para que sirve ?.
Rta: sirve para enfriar al cuerpo. Gotas de transpiración se forman sobre la piel. Al evaporarse esas gotas, la piel se enfría. Lo mismo pasa con los Perros, que transpiran por la boca. Por eso se los ve jadeando los días de calor. (No están cansados, están transpirando para enfriarse)

* ¿ Qué pasa si no se deja que una persona transpire ?
Rta: Se puede morir. No estás dejando que la persona se enfríe. (Dicen que esto pasó con una vaca que pintaron de violeta para hacer una propaganda del chocolate Milka)

* ¿ Por qué molestan los días de mucha humedad ?
Rta: Molestan porque el cuerpo no puede transpirar. Las gotas sobre la piel no se evaporan por la alta humedad relativa del ambiente. El cuerpo no se puede enfriar. La actitud intuitiva en los días de calor es abanicarse. La idea es hacer circular más aire cerca del cuerpo para que este aire se lleve la humedad.

* ¿ Por que no se seca la ropa los días de humedad ?
La misma historia anterior. La ropa de la soga se seca porque el aire que pasa se lleva su humedad. Al haber mucha humedad relativa en el aire, el viento que pasa no puede absorber más humedad. La ropa no se seca los días de 100 % de humedad.

A ver si contestás estas preguntas :
* ¿ Por qué se ve el vapor cuando uno exhala los días de frío ?
* ¿ Por qué el rocío cae siempre de tarde tirando a noche ?
* ¿ Por qué se empañan los parabrisas de los autos ?
¿ Qué se hace para desempañarlos ?
* ¿ Por qué se forma niebla en la ruta ?
* ¿ Por qué se empaña el espejo del baño cuando uno se baña ?

FIN HUMEDAD RELATIVA

RESUMEN
DE
FORMULAS

PONGO ACÁ UN RESUMEN DE TODAS LAS FORMULAS DE ESTE LIBRO

RESUMEN DE FORMULAS

CINEMATICA

POSICIÓN (x): Lugar del eje equis donde se encuentra el objeto.

VELOCIDAD (v): Rapidez con la que se mueve el objeto. Es Cte en el MRU.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx ← Espacio recorrido.

Δt ← Tiempo empleado.

$$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$$ ← Velocidad en el MRU.

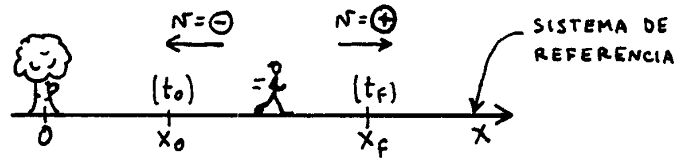
ACELERACIÓN (a): Rapidez con la que cambia (varía) la velocidad del objeto. La aceleración siempre vale cero en el MRU .

MRU - Movimiento Rectilíneo y Uniforme (No se toma)

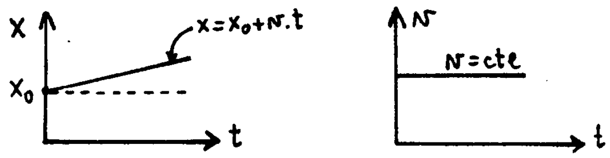
El tipo se mueve en línea recta todo el tiempo a la misma velocidad. Recorre espacios iguales en tiempos iguales.

ECUACIONES HORARIAS

$$x = x_0 + v.t$$
$$v = cte$$
$$a = 0$$



GRÁFICOS PARA EL MRU



La pendiente de esta recta es la velocidad

La velocidad es constante.

La aceleración es cero.

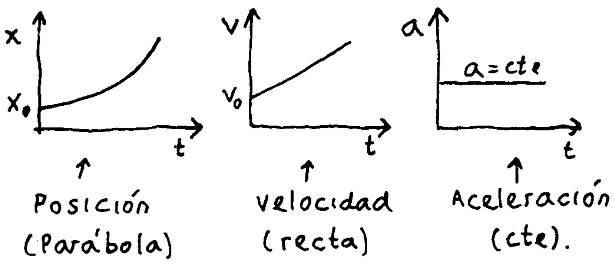
MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV)

La velocidad aumenta (o diminuye) lo mismo por cada segundo que pasa.

ECUACIONES HORARIAS

Dan la posición, velocidad Y aceleración del objeto .

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2$$
$$v_f = v_0 + a \cdot t$$
$$a = cte$$

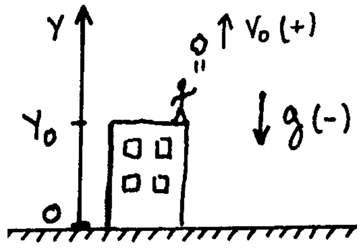


⇦ GRAFICOS DEL MRUV

ECUACIÓN COMPLEMENTARIA : $\longrightarrow \quad V_f^{\,2} - V_o^{\,2} = 2 \,.\, a \,.\, (\, X_f - X_o \,)$

CAÍDA LIBRE-TIRO VERTICAL

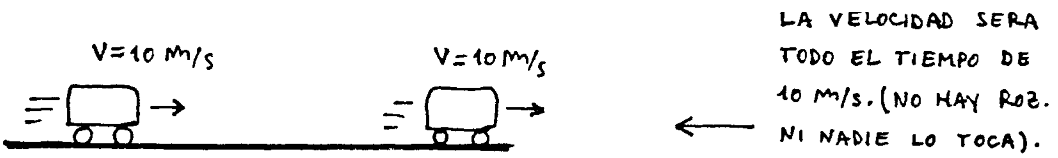
Caída libre y tiro vertical son casos de MRUV. Se usan las ecuaciones de MRUV en un eje vertical (Y).



Ecuaciones horarias $\Rightarrow$
$$\begin{cases} Y = Y_o + V_o\, t + \frac{1}{2}\, g\, t^2 \\ V_f = V_o + g\, t \\ a = Cte\ (= g\,) \end{cases}$$

DINAMICA - LEYES DE NEWTON

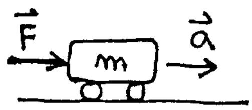
1ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE INERCIA : Si un objeto se viene moviendo con MRU, va a seguir moviéndose con MRU a menos que sobre el actúe una fuerza.



$$\boxed{\text{Si } F = 0 \rightarrow \quad a = 0 \ \ (v = cte)} \Leftarrow \quad 1^{ra} \text{ LEY}$$

2ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE MASA

Si uno le aplica una fuerza a un cuerpo, éste va a adquirir una aceleración que es proporcional a la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa.



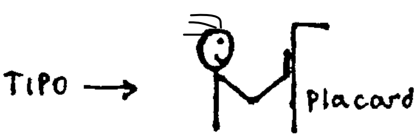
$\Leftarrow \quad \boxed{F = m.a}$

Si hay varias fuerzas que actúan sobre el cuerpo la 2da ley se escribe:

$$\boxed{\Sigma F = m.a} \quad \leftarrow 2^{da} \text{ Ley de Newton}$$

3ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Cuando dos cuerpos interactúan, la fuerza que el primer cuerpo ejerce sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que el 2do ejerce sobre el 1ro. Interactuar vendría a querer decir " ejercerse fuerzas mutuamente ".



$$F_{TIPO_{\,PLACARD}} = F_{PLACARD_{\,TIPO}}$$

Ojo, las fuerzas de acción y reacción son iguales y opuestas, pero nunca se anulan porque la fuerza de acción que el tipo ejerce actúa **sobre el placard**
y la fuerza que ejerce el placard actúa **sobre el tipo**.

IMPORTANTE. Convención de signos en dinámica: sentido positivo siempre como apunta la aceleración. Con esta convención, las fuerzas que van como el vector aceleración son (**+**) y las que van al revés, son (**-**).

UNIDADES DE FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Aceleración: Se mide en m/s^2. (igual que en cinemática). Masa: Se mide en Kilogramos. Un Kg masa es la cantidad de materia que tiene 1 litro de agua. Fuerza: Se mide en Newtons o en Kilogramos fuerza. 1 Kgf es el peso de 1 litro de agua.

$$\boxed{1\ \text{Newton} = 1\,kg.m/s^2} \Leftarrow$$ **1 Newton**

Leer!

Ojaldre!

Una cosa que tiene una masa de 1 Kg **pesa** 1 Kgf.
Una cosa que pesa 1 Kgf **tiene una masa** de 1 Kg.

Para pasar de Kgf a Newton tomamos la siguiente equivalencia:

$$\boxed{\mathbf{1\ Kgf = 10\ Newtons}}$$

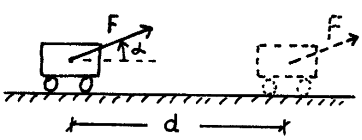
PESO DE UN CUERPO

$$\boxed{\mathbf{P = m\,.\,g}} \Leftarrow$$ FUERZA PESO

La equivalencia 1 Kgf = 9,8 N sale de esta fórmula. Para los problemas se suele tomar 1 kgf = 10 Newton

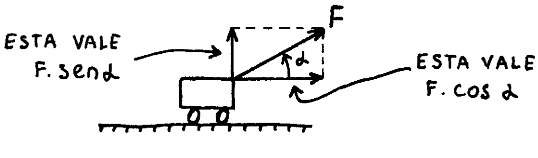
---

RESUMEN - TRABAJO Y ENERGIA



$$\boxed{L = F \cdot d \cdot \cos\alpha} \Leftarrow$$ Trabajo de una fuerza.

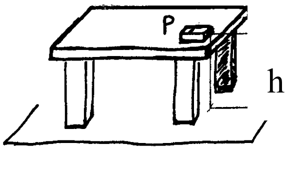
Fuerza aplicada. Distancia recorrida Ángulo entre F y d (o F y V)



$[L] = N\,.\,m \leftarrow$ Joule

$$Ec = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2 \Leftarrow$$ Energía Cinética.

$$\boxed{\underbrace{F \cdot d}_{L_F} = \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}}_{Ec_f} - \underbrace{\tfrac{1}{2} m \cdot v_0^{\,2}}_{Ec_0}} \Leftarrow$$ **Teorema del trabajo y la Energ.cinética.**



$$\boxed{E_p = P \cdot h \quad ó \quad m \cdot g \cdot h} \longleftarrow$$ Energía potencial que tiene un cuerpo de peso **P** que está a una altura **h**.

$$\boxed{E_m = E_c + E_p} \longleftarrow \text{Energía mecánica.}$$

CONSERVACION DE LA ENERGIA

$$E_{mec\ inical} = E_{mec\ final} \Longrightarrow E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf}$$

FUERZAS NO CONSERVATIVAS

$$\boxed{L_{F\ No\text{-}Cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}} \Leftarrow$$ Teorema del L y la E. Mecánica.

$$L_{F\ no\ cons} = \overbrace{E_{cf} + E_{pf}}^{E\,m_f} - (\overbrace{E_{c0} + E_{p0}}^{E\,m_0}$$

POTENCIA

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t}}$$ L: Trabajo efectuado; Δt: Tiempo empleado

$P = F \cdot v \leftarrow$ Otra forma de calcular la potencia

$[\,P\,] = N / seg = Watt$ ← Unidades de potencia $\qquad 1\ H.P. = 76\ \dfrac{Kgf \cdot m}{s} = 745\ Watt$

FLUIDOS – RESUMEN DE FORMULAS

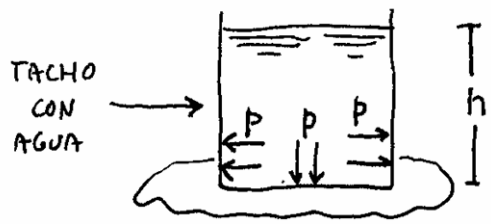
HIDROSTATICA

$$\boxed{\rho = \frac{P}{V}}$$ P: Peso; V: Volumen ← PESO ESPECIFIC

$$\boxed{\delta = \frac{m}{V}}$$ m: masa; V: Volumen ← DENSIDAD DE UN CUERPO

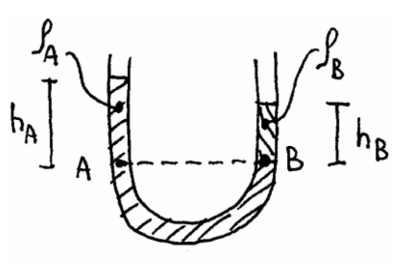
$$\boxed{\rho = \delta \cdot g}$$ ρ: Peso específico; δ: DENSIDAD; g: Gravedad

$$\boxed{P = \frac{F}{S}}$$ P: PRESIÓN; F: Fuerza; S: SUPERFICIE ← PRESION (N/m^2)



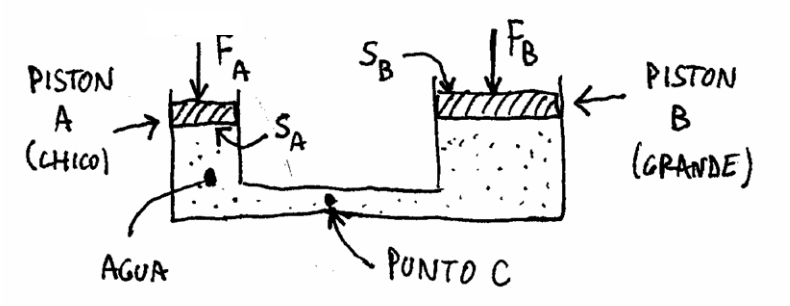
$$\boxed{P_h = \delta \cdot g \cdot h}$$ ← PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h.

P_h: PRESIÓN; δ: DENSIDAD; g: GRAVEDAD; h: PROFUNDIDAD



$$\boxed{P_{absoluta} = P_{manom.} + 1\,atm.}$$ ← RELACION ENTRE LA P. ABSOLUTA Y LA MANOMETRICA

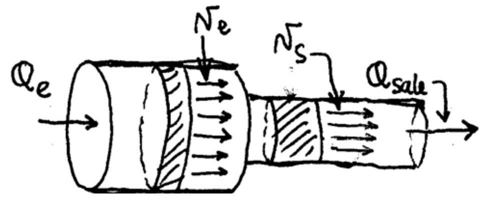
$$\boxed{\rho_A \cdot h_A = \rho_B \cdot h_B}$$ ← FORMULA PARA LOS TUBOS EN U.



$$\boxed{\frac{F_A}{Sup_A} = \frac{F_B}{Sup_B}}$$ ← PRENSA HIDRAULICA

HIDRODINAMICA

$$Q = \frac{Vol}{\Delta t}$$ ← CAUDAL

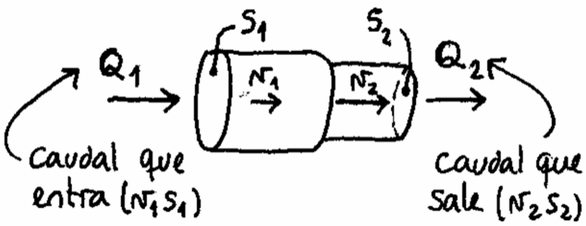


$$\boxed{Q = S \times v}$$ ← OTRA MANERA DE CALCULAR EL CAUDAL

CAUDAL — SUP. del TUBO — VELOCIDAD DEL LIQUIDO

$$Q_{Entra} = Q_{sale}$$

$$\boxed{v_e \cdot S_e = v_s \cdot S_s}$$ ⇦ ECUACION DE CONTINUIDAD



← DONDE EL TUBO ES MAS ANGOSTO, LA VELOCIDAD ES MAS GRANDE ($v_2 > v_1$)

Mayor sección, menor velocidad ⇒ $\boxed{v_1 < v_2 < v_3}$

$$\boxed{P_e + \frac{1}{2}\delta v_e^2 + \delta g h_e = P_s + \frac{1}{2}\delta v_s^2 + \delta g h_s}$$ ← ECUACION DE BERNOULLI

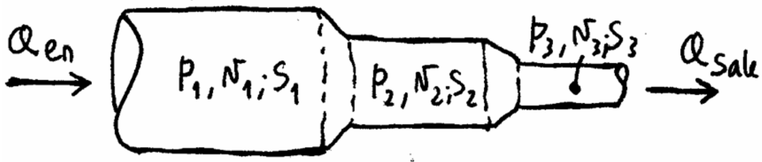
$$\boxed{P_e + \frac{1}{2}\delta v_e^2 = P_s + \frac{1}{2}\delta v_s^2}$$ ← ECUACION DE BERNOULLI PARA TUBOS HORIZONTALES

P_{ent} = Presión a la entrada. Va en Pascales = N/m^2
Psal = Presión en la salida. Va en Pascales = N/m^2
Delta: (δ) Es la densidad del líquido. Va en Kg/m^3
V_{ent} = Velocidad del líquido a la entrada. Va en m/s
V_{sal} = Velocidad del líquido en la salida. Va en m/s
g : Aceleración de la gravedad (= 10 m/s^2)
h_{ent} = Altura del líquido a la entrada. Va en m.
h_{sal} = Altura del líquido a la salida. Va en m.

RECORDAR

⇩

MAYOR VELOCIDAD, MENOR PRESION

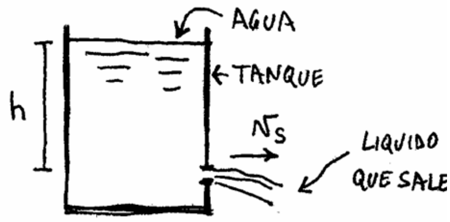


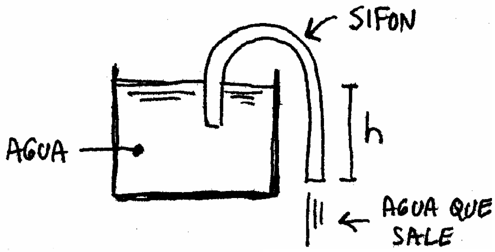
Mayor velocidad, menor presión $\Rightarrow \boxed{P_3 < P_2 < P_1}$

Mayor sección, mayor presión $\Rightarrow S_1 > S_2 > S_3 \Rightarrow \boxed{P_1 > P_2 > P_3}$

$\boxed{\Delta P = P_s - P_e}$ ← **DIFERENCIA DE PRESIÓN**

$\boxed{v_s = \sqrt{2gh}}$ ← TEOREMA DE TORRICCELLI

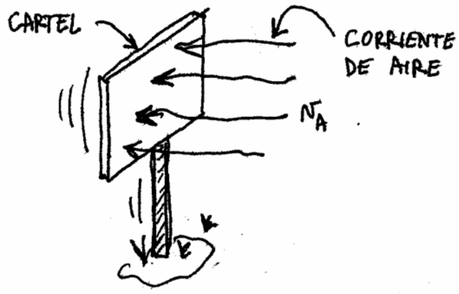




$\boxed{v_s = \sqrt{2gh}}$ ← SIFON

FUERZA QUE EJERCE EL VIENTO SOBRE EL CARTEL

$$\boxed{F = \frac{1}{2}\,\delta_{AIRE}\, v_A^2 \cdot Sup_{cartel}}$$

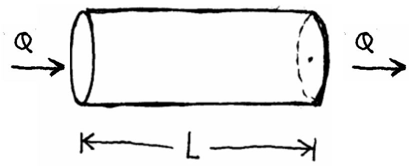


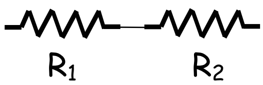
VISCOSIDAD

$R_H = \dfrac{8\,\eta\,L}{\pi\, r^4}$ ⇦ RESISTENCIA HIDRODINAMICA

$[R] = \dfrac{Pa}{m^3} \cdot seg$ ← UNIDADES DE R.

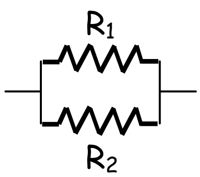
$P_e - P_s = Q \cdot R_H$ ← LEY DE POISEUILLE





Resistencias en serie:

$$\boxed{R_T = R_1 + R_2}$$



Resist. en paralelo

$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$\boxed{L = E_{nerg} = Pot \times \Delta t}$

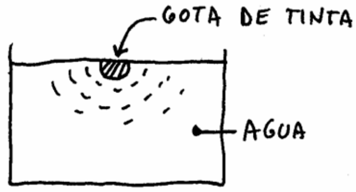
$\boxed{L = E_{nerg} = \Delta P \cdot Vol}$

$\boxed{Pot = Q \cdot \Delta P}$ ← POTENCIA (EN WATTS)

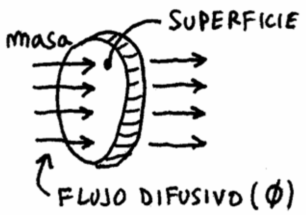
$$\boxed{Pot = \frac{(\Delta P)^2}{R_H} \quad o \quad Pot = R_H \times Q^2}$$ ← OTRAS 2 FORMULAS PARA CALCULAR LA POTENCIA

DIFUSIÓN Y OSMOSIS - RESUMEN DE FORMULAS

Tiro una gota de tinta en un vaso con agua. A medida que pasa el tiempo la tinta se empieza a esparcir por todo el vaso. A este fenómeno se lo llama DIFUSIÓN.



← DIFUSIÓN DE TINTA EN AGUA



$$\emptyset = \frac{masa}{Area \times \Delta t} \quad \left[\frac{moles}{cm^2 \times seg}\right]$$ ⇐ Flujo difusivo (Fi)

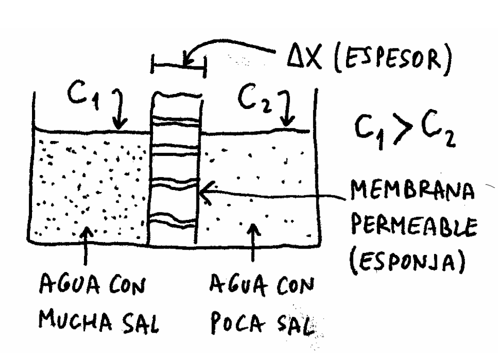
$\Delta C = C_2 - C_1$ ← DIFERENCIA DE CONCENTRACIONES $\qquad [\Delta C] = \frac{moles}{cm^3}$

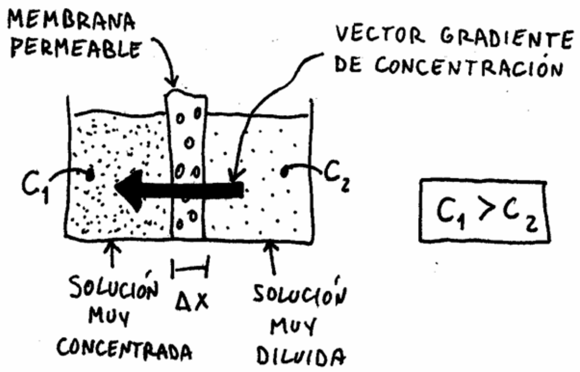
LEY DE FICK

El flujo de soluto que atraviesa la membrana es proporcional al gradiente de concentración y de sentido contrario. Todo esto está multiplicado por una constante <u>D</u> llamada constante de difusión. Las unidades de D son cm^2 / seg.

$\boxed{\frac{\Delta C}{\Delta X}}$ ← GRADIENTE DE CONCENTRACION $\left(\frac{moles}{cm^4}\right)$

$\boxed{[D] = cm^2 / seg}$ ⇐ Unidades de la constante de Difusión de Fick





$\boxed{C_1 > C_2}$

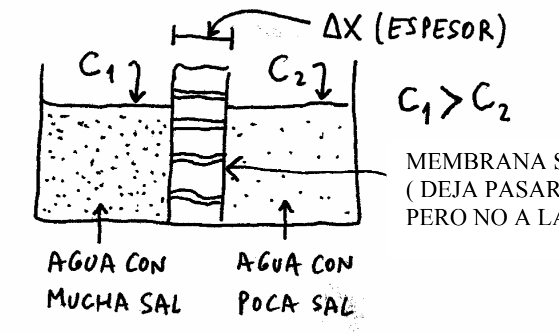
El menos en la ley de Fick me indica que el flujo de soluto va en contra del gradiente de concentración. Para resolver los problemas podés dar vuelta las concentraciones y poner la fórmula <u>sin</u> signo menos.

$$\boxed{\underset{\text{FLUJO DIFUSIVO}}{\emptyset} = \ominus \underset{\text{CONSTANTE DE DIFUSION}}{D} \times \frac{C_2 - C_1}{\Delta X}}$$ ← LEY DE FICK

FORMULAS DE OSMOSIS

Tengo ósmosis cuando la difusión se produce a través de una membrana <u>semi-permeable</u>. Una membrana es semipermeable cuando deja pasar el solvente pero no el soluto. (Es decir, pasa el agua pero no la sal)

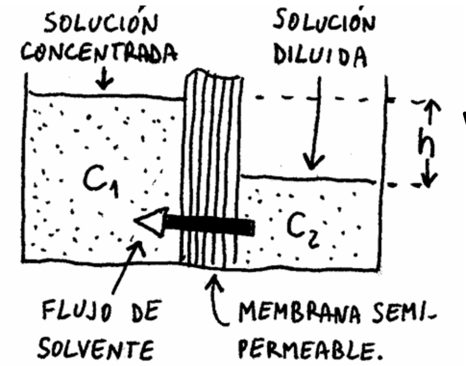
SITUACION INICIAL
(Niveles iguales en los 2 lados) ⇨



MEMBRANA SEMIPERMEABLE..
(DEJA PASAR SOLO AL AGUA PERO NO A LA SAL)

Al principio las soluciones tienen distinta concentración. Por Ley de Fick, las concentraciones de las 2 soluciones tienden a igualarse. La membrana semipermeable deja pasar solo al agua pero no a la sal. Entonces va a ir pasando agua desde la derecha (= solución diluida) hacia la izquierda (= solución concentrada). ➔ el nivel de agua del lado izquierdo va a subir y el nivel del lado derecho va a bajar.

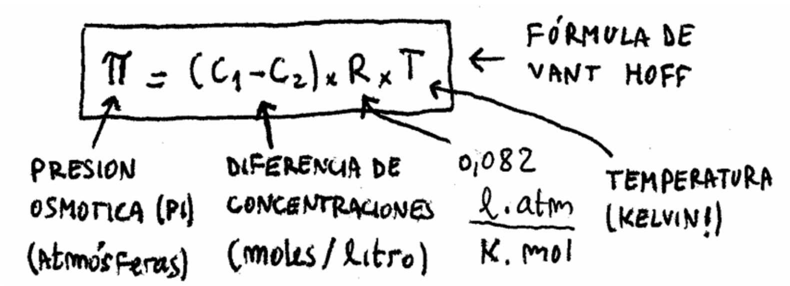
SITUACION FINAL
(Niveles diferentes) ⇨



Diferencia de alturas

$C_1 > C_2$

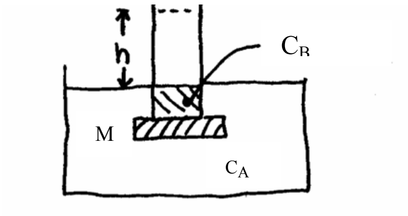
La diferencia de presión entre ambos lados de la membrana se llama **<u>PRESIÓN OSMOTICA</u>**. Se la simboliza con la letra π. PI se calcula con la Ecuación de Van't Hoff :



En esta ecuación, $C_1 - C_2$ es la diferencia de concentraciones. Se pone $C_1 - C_2$ o $C_2 - C_1$. Es lo mismo. Lo importante es que la resta dé positiva para que la presión osmótica dé positiva. R es la constante de los gases ideales (= 0,082 litro x atm / Kelvin x mol). **<u>T</u>** es la temperatura **<u>ABSOLUTA</u>** y va en grados **<u>KELVIN</u>**) (Ojo).
La presión osmótica PI también se puede calcular como la presión hidrostática que proviene de la altura de líquido que se elevó la solución concentrada.

La presión hidrostática vale P = δ.g.h. Y este δ.g.h tiene que ser igual a la presión osmótica PI. Entonces:

$$\boxed{h = \frac{\text{Presión osmótica}}{\delta . g}}$$ ⇐ Altura que sube la columna de líquido



En esta ecuación la presión osmótica es el valor que sale de la ecuación de Van't Hoff. (PI). Delta (δ) es el valor de la densidad de la solución. Como las soluciones generalmente están muy diluidas, se usa que $\delta_{SOLUCION} = \delta_{H2O}$.

<u>MOLARIDAD Y OSMOLARIDAD:</u>
En solución no electrolítica 1 mol es = a un osmol (sacarosa). En soluciones electrolíticas (NaCl) 1 osmol = 2 moles. En soluciones electrolíticas la sal se disocia y hay que multiplicar la fórmula de Van't Hoff por un coeficiente " i " . (coefic de Van't Hoff). Generalmente este i = 2 para sales no muy raras. (Na Cl)

$$\boxed{\pi = i \, \Delta C \, . \, R \, . T}$$ ⇐ Fórmula de Van't Hoff soluciones electrolíticas

Otras fórmulas de Osmosis:

* Energía para potabilizar un cierto volumen de agua por ósmosis inversa :

Energ = Presión osmótica × volumen.

* Potencia para potabilizar un cierto caudal de agua por ósmosis inversa :

Pot = Caudal × Presión osmótica.

HUMEDAD RELATIVA

El aire tiene vapor de agua. Ese vapor no se ve pero está. Se dice que el aire tiene humedad. Son importantes la Humedad Absoluta (HA) o la Humedad Relativa (HR).

<u>HUMEDAD ABSOLUTA</u>

Agarro un metro cúbico de aire. Ese volumen de aire tiene cierta cantidad de vapor flotando en él. La cantidad de agua en forma de vapor que tiene cada metro cúbico de aire se llama **<u>humedad absoluta</u>**. Para calcular la humedad absoluta lo que se hace es ver cuánta masa de vapor hay en un cierto volumen de aire. Es decir :

$$H.A. = \frac{m_{\text{vapor}}}{V_{\text{aire}}}$$ ⇐ HUMEDAD ABSOLUTA

En esta fórmula $\mathbf{m_{vapor}}$ es la masa de agua en forma de vapor que tiene el aire. Va en gramos (gr). $\mathbf{V_{Aire}}$ es el volumen de aire del recipiente o de la habitación que te dan. Va en m^3 .

HUMEDAD RELATIVA

Hay una máxima cantidad de vapor que puede contener el aire. Si le pongo mas vapor, el vapor en exceso se condensa en las paredes de la habitación. Entonces:

Humedad Relativa (H.R.): Es la cantidad de vapor que tiene el aire comparada con LA MAXIMA CANTIDAD DE VAPOR QUE PODRIA LLEGAR A CONTENER	⇦ **HUMEDAD RELATIVA**

La Humedad Relativa se calcula así:

$$\boxed{H.R. = \frac{m_{\text{vapor}}}{m_{\text{vap sat}}} \times 100}$$ ← **FORMULA PARA CALCULAR LA HUMEDAD RELATIVA**

En esta fórmula m_{vapor} es la masa de vapor real que tiene el aire. $m_{vapor\ Saturado}$ es la masa de vapor que contiene el aire cuando ese aire está saturado de vapor. O sea, el valor $m_{vapor\ Saturado}$ es la MAXIMA masa de vapor que el aire puede llegar a contener.

Si vos despejas las masas de vapor de la ecuación p.v = n.R.T y las reemplazás en la fórmula de la Humedad Relativa te queda esta otra fórmula:

$$\boxed{H.R. = \frac{P_{\text{vapor}}}{P_{\text{vap sat}}} \times 100}$$ ← OTRA FORMA DE CALCULAR LA H.R.

En esta fórmula P_{vapor} es la presión de vapor que tiene el aire. $p_{vapor\ Saturado}$ es la presión de vapor que contiene el aire cuando ese aire está saturado de vapor. O sea, el valor $p_{vapor\ Saturado}$ es la MAXIMA presión de vapor que el aire puede llegar a contener. Acá también toda la fórmula se multiplica por 100 para tener los valores en porcentaje.

Nota: Yo pongo la humedad relativa como H.R. A veces se usan otras letras para designar a la humedad relativa. Por ejemplo, φ (FI) o ψ (Psi).

LA PRESION DEL VAPOR SATURADO CAMBIA CON LA TEMPERATURA

La presión del vapor saturado depende de la temperatura del aire en ese momento. Por ejemplo, si T = 10°C, la $p_{vapor\ Saturado}$ es de 9,2 mm de Hg. Esos valores de presión de vapor saturado se sacan del gráfico o de la tabla que está en la guía.

TEMPERATURA DE ROCIO

Suponé que hace 30°C y hay 80 % de Humedad relativa. Según la tabla, la presión de vapor saturado en ese momento es de 31,8 mm de Hg. Calculo la presión del vapor:

$$H.R = \frac{P_{vap}}{P_{vap\ sat}} \times 100 \quad \Rightarrow \quad 80\,\% = \frac{P\ \text{vapor}}{31{,}8} \times 100$$

Si despejo de acá la presión del vapor me da: P_{VAP} = 25,4 mm de Hg. Ahora, fijate: ¿ qué pasa si de golpe la temperatura del aire empieza a bajar ?

Rta: Bueno, esto hay que pensarlo un poco. Si la temperatura baja, la humedad relativa va a empezar a subir. Eso pasa porque al bajar la temperatura, la presión del vapor sigue siendo 25,4 mm de Hg. Pero la presión del vapor saturado **NO**. La presión del vapor saturado cambia porque cambia con la temperatura. (Mirá la tabla).

Si por ejemplo, la temperatura pasa de 30 °C a 28 °C, la Humedad relativa subirá y estará cerca del 90 %. Si la temperatura baja hasta los 26 °C, la humedad ya será del 100 %. Entonces...
¿ que pasa si la temperatura baja por abajo de los 26 °C ?
Rta: Bueno, la Humedad relativa no puede ser superior al 100 %. Entonces parte del vapor que hay en la atmósfera PRECIPITARÁ. Empezará a caer al suelo en forma de rocío. La temperatura a la que esto ocurre se llama **TEMPERATURA DE ROCIO**.
Para el caso que yo estoy dando acá, esos 26 °C son la temperatura de Rocío.

INDICE

Índice